数学 A　授業プリント＃ 20

年　　組　　号

氏名

■　和の記号 $\sum$ ←「シグマ」と読みます

例 1　$\displaystyle\sum_{k=1}^{12} k = 1+2+3+\cdots+12$

例 2　$\displaystyle\sum_{k=7}^{16} k = 7+8+9+\cdots+16$

例 3　$\displaystyle\sum_{k=1}^{6} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+6^2$

例 4　$\displaystyle\sum_{k=1}^{5} 2^{k+1} = 2^{1+1}+2^{2+1}+2^{3+1}+\cdots+2^{5+1}$

$= 2^2 \quad +2^3 \quad +2^4 \quad +\cdots+2^6$

例 5　$\displaystyle\sum_{k=1}^{7} 3k = 3\times1+3\times2+3\times3+\cdots+3\times7$

$= \ 3 \ + \ 6 \ + \ 9 \ +\cdots+ \ 21$　まで計算することもある。

例 6　$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2k-1) = (2\times1-1)+(2\times2-1)+(2\times3-1)+\cdots+(2\times10-1)$

$= (\ 2 \ -1)+(\ 4 \ -1)+(\ 6 \ -1)+\cdots+(\ 20 \ -1)$

$= \ 1 \ + \ 3 \ + \ 5 \ +\cdots+ \ 19$

まで計算することもある。

1　次の和を，$\sum$ を使わないで書き表せ。

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{6}(k+3)$

(2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{5}4k$

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{7}(5k+1)$

(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{9}(3k-7)$

(5)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{6}4^k$

(6)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{5}2^{k+1}$

(7)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{8}5\times2^k$

(8)　$\displaystyle\sum_{k=3}^{10}2\times3^k$

(9)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}k^2$

(10)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{7}k(k+1)$

例題　$1+4+7+10+\cdots+25$ を $\sum$ を使って表してみよう。

解　この数列は，初項 1，公差 3 の等差数列なので一般項は

$a_n = 1+(n-1)\times3 = 1+3n-3 = 3n-2$ となる。

また，末項の 25 は

$$3n-2=25$$
$$3n=25+2$$
$$3n=27$$
$$n=9$$

なので第 9 項である。

したがって　〈答〉 $1+4+7+10+\cdots+25 = \displaystyle\sum_{k=1}^{9}(3k-2)$

2　次の和を $\sum$ を使って書き表せ。

(1)　$4+7+10+\cdots+31$

(2)　$43+40+37+\cdots+1$