数学II　授業プリント＃ 29

年　　組　　号

氏名

■　虚数・複素数

例 1　　$x^2 = 4$ の解は　　$x = 2,\ -2$　（整数）

例 2　　$x^2 = \dfrac{4}{9}$ の解は　　$x = \dfrac{2}{3},\ -\dfrac{2}{3}$　（分数）

例 3　　$x^2 = 3$ の解は　　$x = \sqrt{3},\ -\sqrt{3}$　（無理数）

例 4　　$x^2 = -3$ の解は？

2 乗すると必ず「正の数」または「0」だから 例 4 の解は，今まで習った数の範囲には存在しない。そこで 例 4 にも解があるように，数の範囲を拡張することにする。

まず，2 乗すると -1 になる新しい数を考え，それを i で表す。すなわち

$$i^2 = -1$$

である。この i を**虚数単位**（きょすう）という。

例題　(1)　$\sqrt{-5} = \sqrt{5}\,i$，　$-\sqrt{-5} = -\sqrt{5}\,i$

(2)　$x^2 = -9$ の解は　　$x = \pm\sqrt{-9} = \pm\sqrt{9}\,i = \pm 3\,i$

※　計算するときには $\sqrt{-1} = i$ と考えて良い。

1　次の数を i を用いて表しなさい。

(1)　$\sqrt{-2}$　　(2)　$\sqrt{-4}$　　(2)　$-\sqrt{-8}$

2　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2 = -5$　　(2)　$x^2 = -25$

(3)　$x^2 - 7 = 0$　　(4)　$4x^2 + 16 = 0$

$1 + 3\,i$，$2 - \sqrt{5}\,i$ などの数を**複素数**（ふくそすう）という。

複素数と今まで学んできた数との関係は次のようになる。

■　複素数の計算

複素数の計算では，虚数単位 i を一般の文字と同じように扱う。ただし，i^2 は -1 に置き換えて計算する。

例題　(1)　$(4 - 5\,i) + (1 + 3\,i) = (4 + 1) + (-5 + 3)\,i$
$= 5 - 2\,i$

(2)　$(4 - 5\,i) - (1 + 3\,i) = 4 - 5\,i - 1 - 3\,i$
$= (4 - 1) + (-5 - 3)\,i$
$= 3 - 8\,i$

(3)　$(4 - 5\,i)(1 + 3\,i) = 4 \times 1 + 4 \times 3\,i - 5\,i \times 1 - 5\,i \times 3\,i$
$= 4 + 12\,i - 5\,i - 15\,i^2$
$= 4 + 12\,i - 5\,i - 15 \times (-1)$
$= 4 + 12\,i - 5\,i + 15$
$= 4 + 15 + 12\,i - 5\,i$
$= 19 + 7\,i$

3　次の計算をしなさい。

(1)　$(7 + 2\,i) + (3 - 5\,i)$　　(2)　$(-3 + 4\,i) - (1 - 5\,i)$

(3)　$2\,i(5 - i)$　　(4)　$(2 + 3\,i)(7 - 2\,i)$

(5)　$(3 - 5\,i)(5 - 3\,i)$　　(6)　$(2 + 3\,i)^2$