問題

これは宝のありかを示す文章です

草原に１本のカシと１本のマツと１軒の小屋があります。小屋からカシまで歩き、右へ直角に同じ距離を歩いてそこに棒を立てます。同様に小屋からマツまで歩き、左へ直角に同じ距離を歩いてそこに棒を立てる時、棒と棒の中間（中点）に宝があります。

問題

宝がどの場所にあるか作図しなさい。ただし小屋の位置はわかっていません。

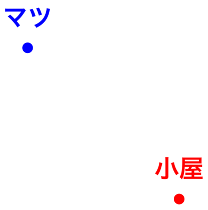
たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第 5 期

９時限、問㊶、ガウス平面

答えが求められるの？

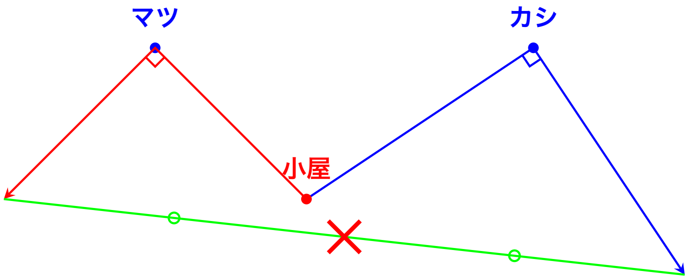
小屋の位置が分からないのに答えが求められるのでしょうか？

答えが求められるの？



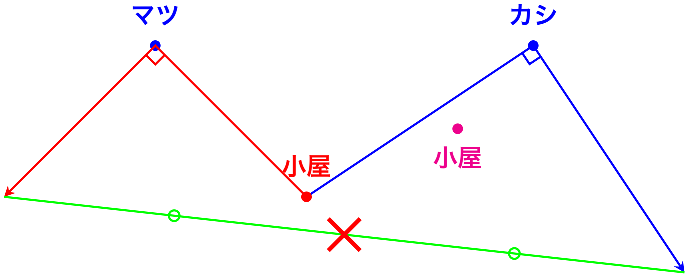
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



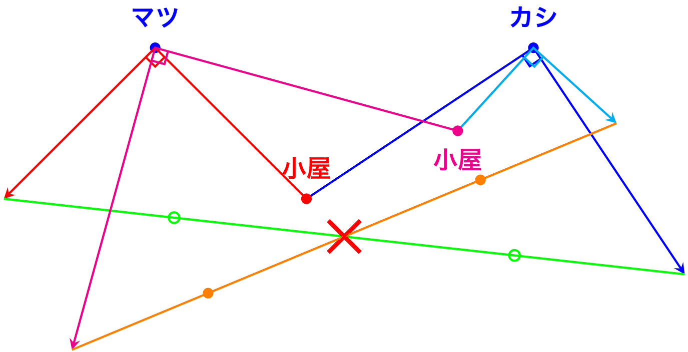
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



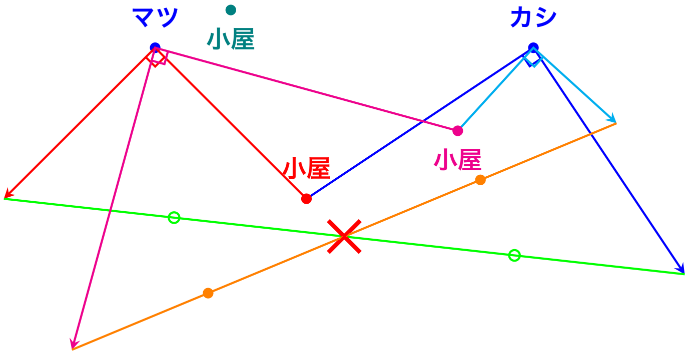
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



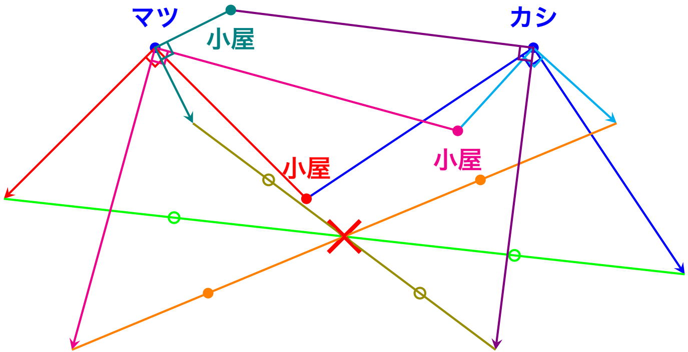
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



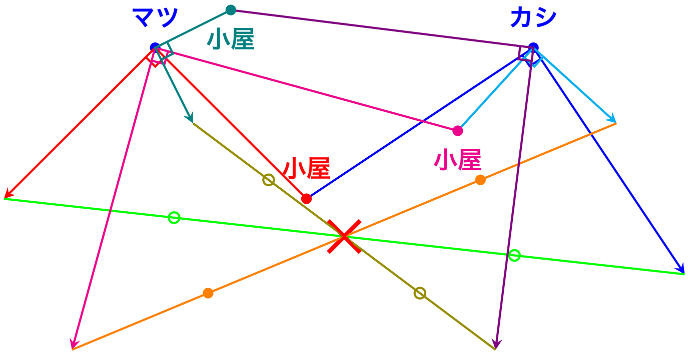
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



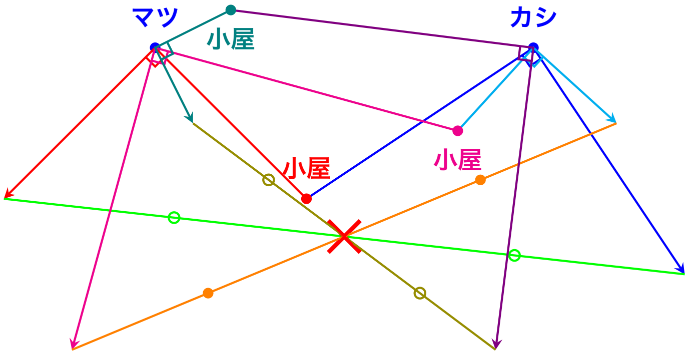
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



どうやら小屋の位置がどこでも宝のありかは同じようです。

答えが求められるの？



どうやら小屋の位置がどこでも宝のありかは同じようです。
なぜそうなるのか調べてみましょう。

ガウス平面（複素数平面）

『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

ガウス平面（複素数平面）

『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

$3+4i$ のように表される複素数を知っていますか？（i は虚数単位のことで $i^2=-1$ となります）

ガウス平面（複素数平面）

『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

$3+4i$ のように表される複素数を知っていますか？（i は虚数単位のことで $i^2=-1$ となります）

複素数平面では原点を中心として $+90^\circ$ 回転は $\times i$ で表されます。

ガウス平面（複素数平面）

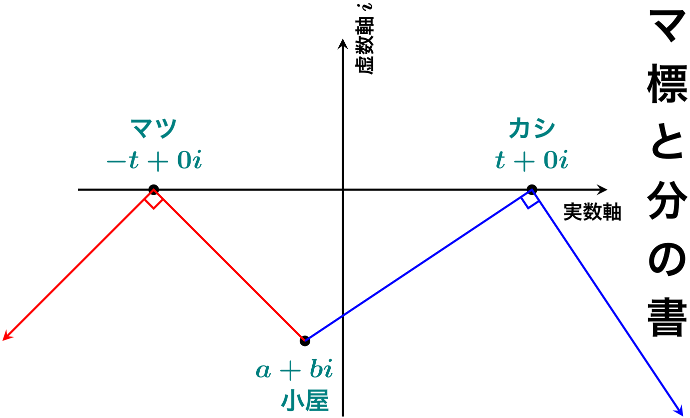
『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

$3+4i$ のように表される複素数を知っていますか？（i は虚数単位のことで $i^2=-1$ となります）

複素数平面では原点を中心として $+90^\circ$ 回転は $\times i$ で表されます。

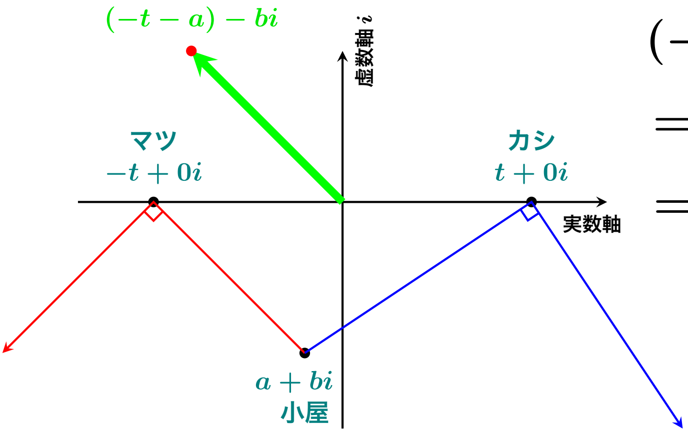
ちょっと計算してみましょう。

ガウス平面（複素数平面）で計算



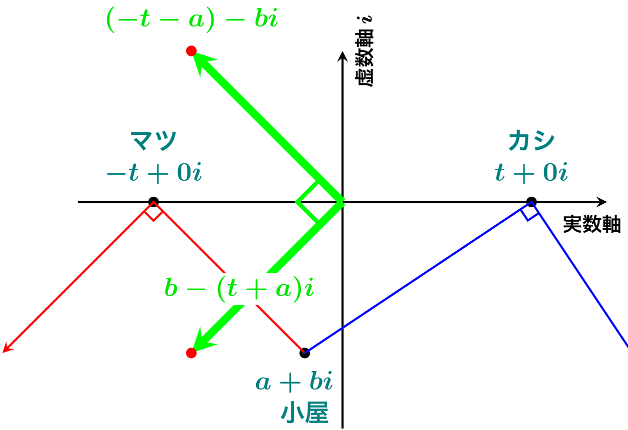
マツ、カシ、小屋の座標を左のように決めると（実数部分と虚数部分をはっきりさせたいので $-t+0\,i$ のように書くことにします）

ガウス平面（複素数平面）で計算



$$(-t+0i)-(a+bi)$$
$$=-t+0i-a-bi$$
$$=(-t-a)-bi$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



原点を中心として 90° 回転は $\times i$ なので

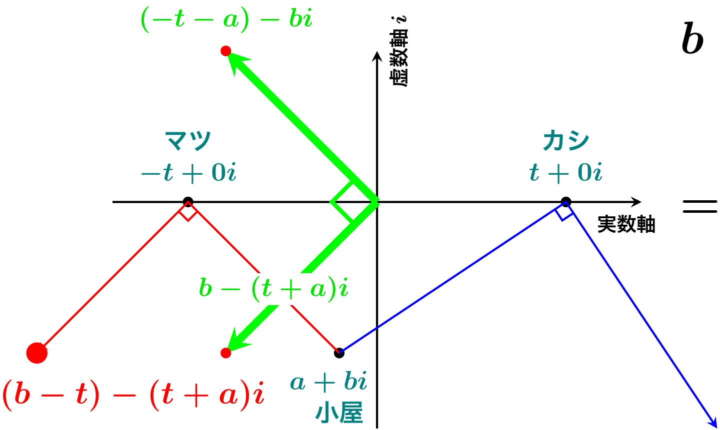
$$\Big((-t-a)-bi\Big)\times i$$

$$=(-t-a)i-bi^2$$

$$=b-(t+a)i$$

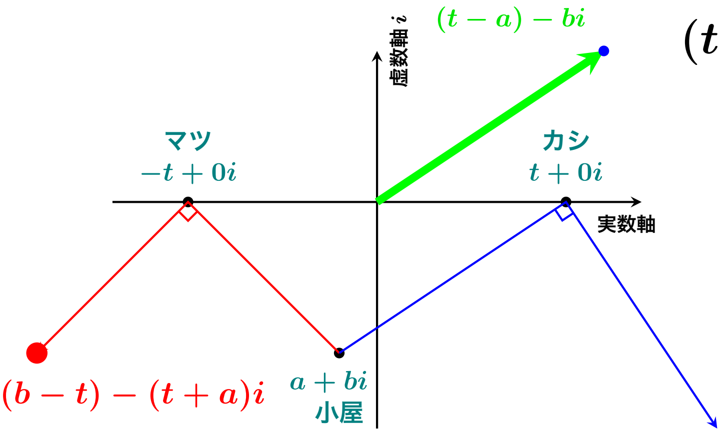
【 $i^2=-1$ だから 】

ガウス平面（複素数平面）で計算



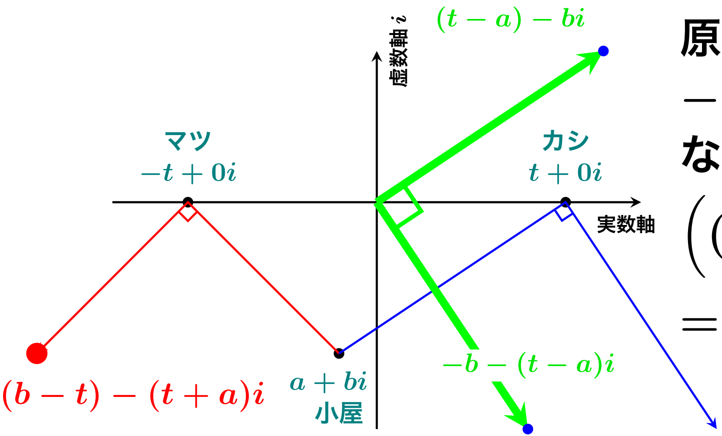
$$b-(t+a)i+$$
$$(-t+0i)$$
$$=(b-t)-(t+a)i$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



$$
\begin{aligned}
&(t+0i)-(a+bi)\\
&=t+0i-a-bi\\
&=(t-a)-bi
\end{aligned}
$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



原点を中心として

-90° 回転は $\times(-i)$

なので

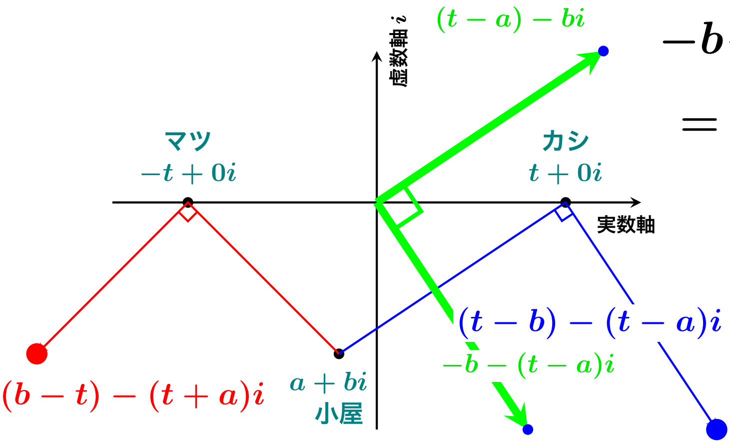
$$\Big((t-a)-bi\Big)\times(-i)$$

$$= -(t-a)i+bi^2$$

$$= -b-(t-a)i$$

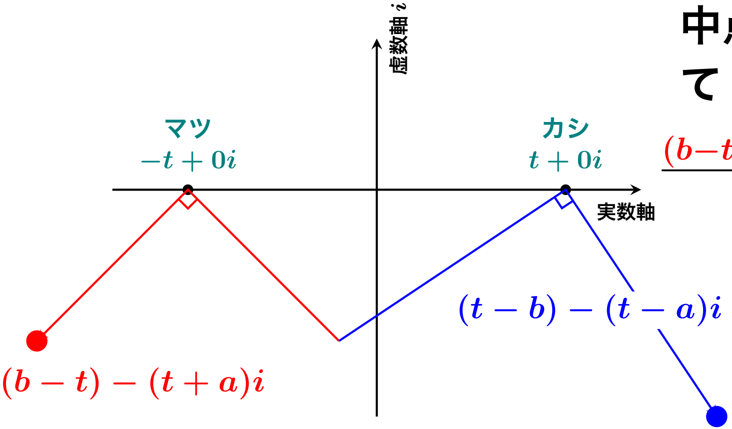
【 $i^2=-1$ だから 】

ガウス平面（複素数平面）で計算



$$-b-(t-a)i+(t+0i)$$
$$=(t-b)-(t-a)i$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



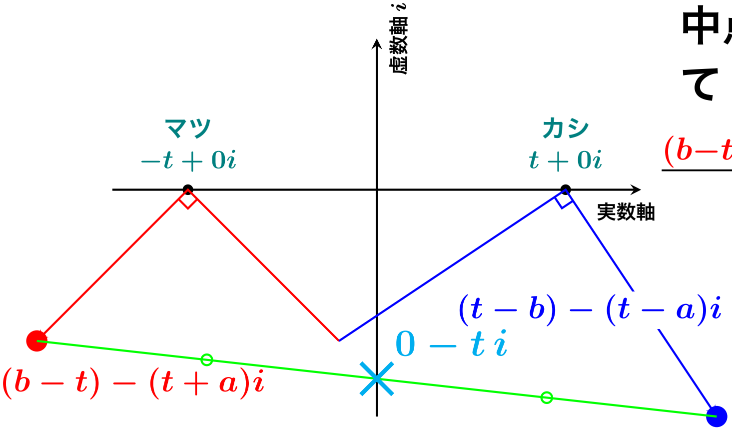
中点は 2 点をたし算して 2 で割ればよいので

$$\frac{(b-t)-(t+a)i+(t-b)-(t-a)i}{2}$$

$$=\frac{-2t\,i}{2}=-t\,i$$

$$=0-t\,i$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



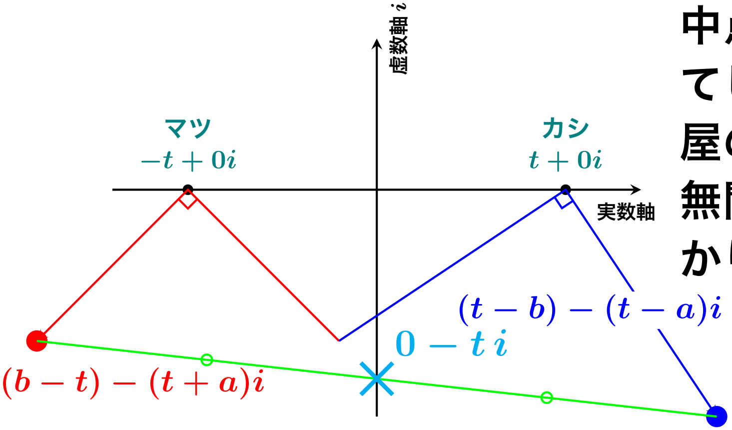
中点は 2 点をたし算して 2 で割ればよいので

$$\frac{(b-t)-(t+a)i+(t-b)-(t-a)i}{2}$$

$$=\frac{-2ti}{2}=-ti$$

$$=0-ti$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



中点は $0-ti$ となってしまうことから、小屋の位置 $a+bi$ とは無関係であることが分かります。

元ネタは『ひらめき思考』？

番組では「ある大学の入試問題と言われている」と言っていたが、次の本が元ネタだと思います。

ひらめき思考 Part Ⅲ 別冊サイエンス
I.C. フリッカー編
ドン・ブラックの宝さがし（10 ページ）
発行 日経サイエンス社
発売 日本経済新聞社
1982 年