問題

カメラマンがファッションショーにやってきました。お目当ては水着モデル。水着モデルは10分間のショーのうち１分間出演しますが、ショーのどこで出てくるかは分かりません。

問題

しかもカメラマンが会場で撮影を許されているのは１分間。さあカメラマンが水着モデルを撮影できる確率はいくらか求めなさい。

たけしのコマ大数学科 DVDBOX 1 Disk 1

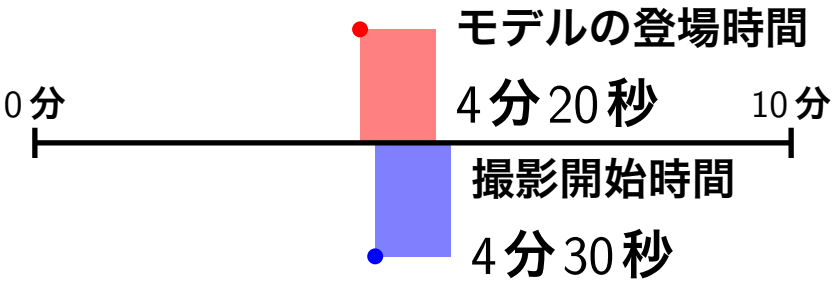
１時限、問②、モンテカルロ法より

補足説明

水着モデルの出演する時間も、カメラマンが撮影できる時間も、最低１分間とするのでショーの開始から９分までを考えればＯＫです。

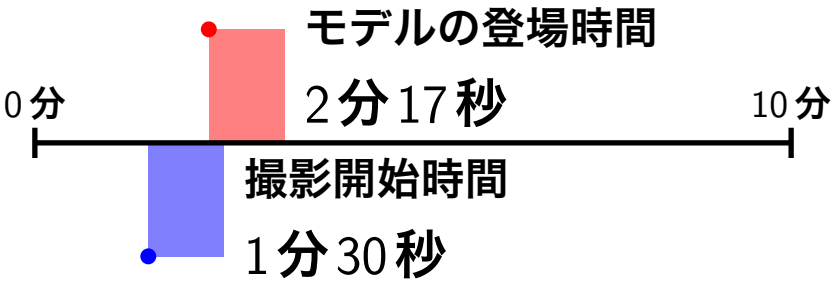
また一瞬でも撮影できればＯＫです。（0.5秒でもＯＫです）

例えば



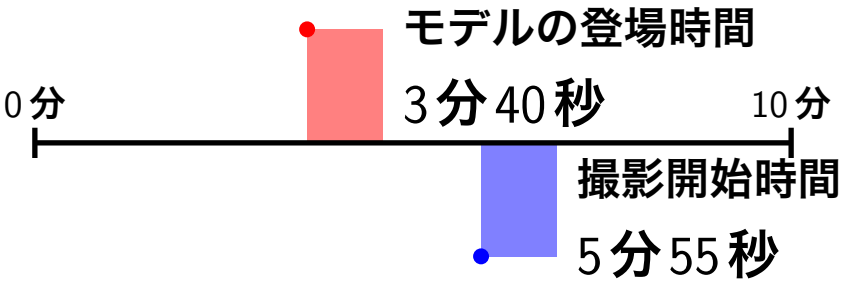
撮影成功 !!

例えば



撮影成功 !!

例えば



撮影失敗 !!

東大生の解答

モデルの登場時間を x
カメラマンの登場時間を y とすると

$$0 \leqq |y - x| < 1$$

ただし　$x,\ y \geqq 0,\quad x,\ y \leqq 9$

$0 \leqq |y - x| < 1$

$y \geqq x$ のときは、絶対値を取れば良いので

$$0 \leqq y - x < 1$$

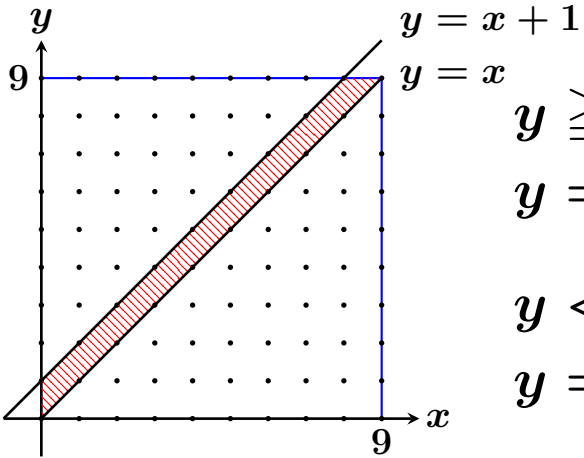
つまり

$$0 \leqq y - x \quad \text{かつ} \quad y - x < 1$$

$$y - x \geqq 0 \quad \text{かつ} \quad y - x < 1$$

$$y \geqq x \quad \text{かつ} \quad y < x + 1$$

領域を図示すると



$y \geqq x$ の表す領域は

$y = x$ の上側

$y < x + 1$ の表す領域は

$y = x + 1$ の下側

$0 \leqq |y - x| < 1$

$y < x$のときは、符号を逆にして

$$0 \leqq -y + x < 1$$

つまり

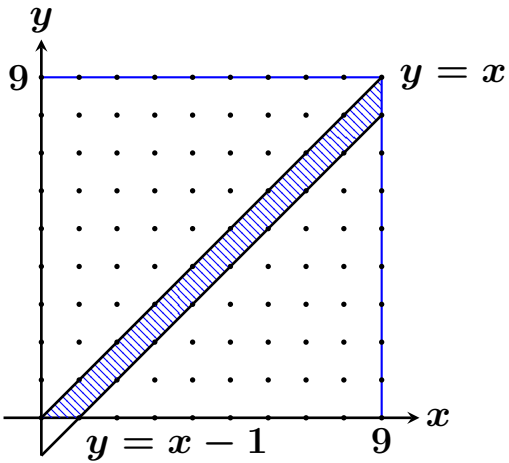
$0 \leqq -y + x$ かつ $-y + x < 1$

$-y + x \geqq 0$ かつ $-y + x < 1$

$-y \geqq -x$ かつ $-y < -x + 1$

$y \leqq x$ かつ $y > x - 1$

領域を図示すると



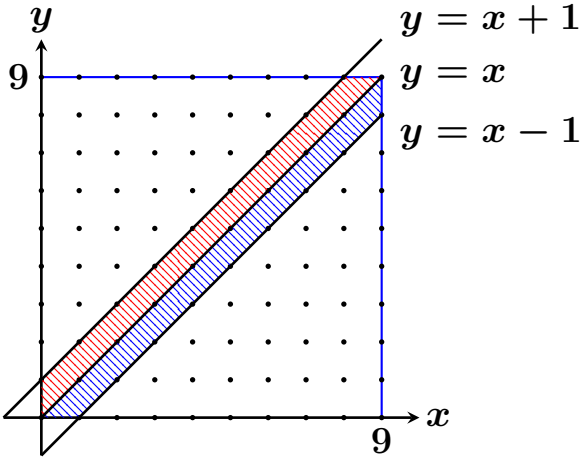
$y \leqq x$ の表す領域は

$y = x$ の下側

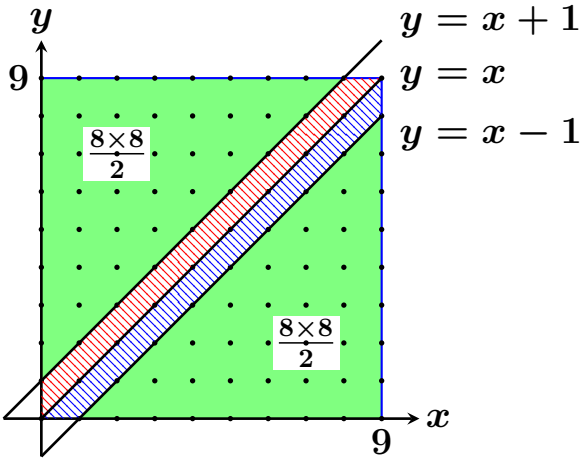
$y > x - 1$ の表す領域は

$y = x - 1$ の上側

両方の領域を合わせると



斜線の面積は、正方形の面積から三角形２つ分を引き算



斜線の面積は

$$
\begin{aligned}
\text{斜線の面積} &= \text{正方形} - 2 \times \text{三角形} \\
&= 9 \times 9 - 2 \times \frac{8 \times 8}{2} \\
&= 81 - 64 \\
&= 17
\end{aligned}
$$

求める確率は

$$\frac{\text{斜線の面積}}{\text{正方形の面積}} = \frac{17}{81}$$

番組の中で東大生の解答は

モデルの登場時間を x、カメラマンの登場時間を y とすると

$$0 < |y - x| < 1$$

となっていたが $x = y$ でも OK なので

$$0 \leqq |y - x| < 1$$

が正しい。しかし $0 \leqq |y - x|$ は常に成り立つので

$|y - x| < 1$ を解けば良い。

この式は

$$-1 < y - x < 1$$

と等しく $\begin{cases} y > x - 1 \\ y < x + 1 \end{cases}$ が表すの範囲となる（答えは同じになる）。