

方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

$$x = 8 - 5$$

方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

$$x = 8 - 5$$

$$x = 3$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$$x = \text{答えなし}$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$x = 3 - 7$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$x = 3 - 7$$

$$x = -4$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$x = 3 - 7$$

$$x = -4$$

マイナスの数字を考え出した
(7世紀頃の古代インド)

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$$x = \text{答えなし}$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$ 答えなしでは困るので

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$x = 6 - 6$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$x = 6 - 6$$

$$x = 0$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$x = 6 - 6$$

$$x = 0$$

0 を考え出した (7 世紀頃の古代インド)

整数 ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) だけだと...

$$2x = 3$$

整数 ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) だけだと...

$$2x = 3$$

$$x = \text{答えなし}$$

整数 ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

整数 ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) だけだと...

$$2x = 3$$

$$x = \text{答えなしでは困るので}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

整数 ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

整数 ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

分数 (有理数) を考え出した

有理数 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

有理数 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$$x = \text{答えなし}$$

有理数 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

有理数 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

有理数 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

有理数 ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

ルートの数字 $\sqrt{2}, \sqrt{5}$ や
 $\pi = 3.14\dots$ を考え出した (無理数)

ネットの話題

$2 + 3 =$ 結婚、 $\sqrt{2} =$ 抹殺…!?

悪魔の数学カルト組織「ピタゴラス教団」の狂気!!

第 16 話 ピタゴラス弟子殺害事件 無理数

実数 (= 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

実数（ = 有理数 + 無理数） だけだと…

$$x^2 = -2$$

$$x = \text{答えなし}$$

実数（ = 有理数 + 無理数）だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

実数 (= 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

実数（＝有理数＋無理数）だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

$$x = \pm\sqrt{2}i$$

実数 (= 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

$$x = \pm\sqrt{2}i$$

虚数 (imaginary number) を考えだした
 $i^2 = -1$ となる想像上の数字

数の世界

虚数

$i, 2i, -5i, \dots$ など

$1 + i, 5 - \sqrt{2}i, 12 + 7i, \dots$ など

複素数

実数

有理数

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \dots$ など

整数

自然数

$1, 2, 3, 4, \dots$

$0, -1, -2, -3, \dots$

無理数

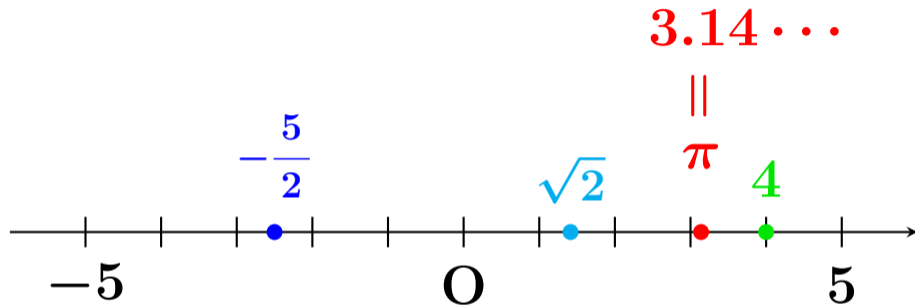
$\sqrt{2}, \sqrt{3}, 6\sqrt{5}, 2 + \sqrt{7}, \dots$ など

超越数

$\pi = 3.1415 \dots$ など

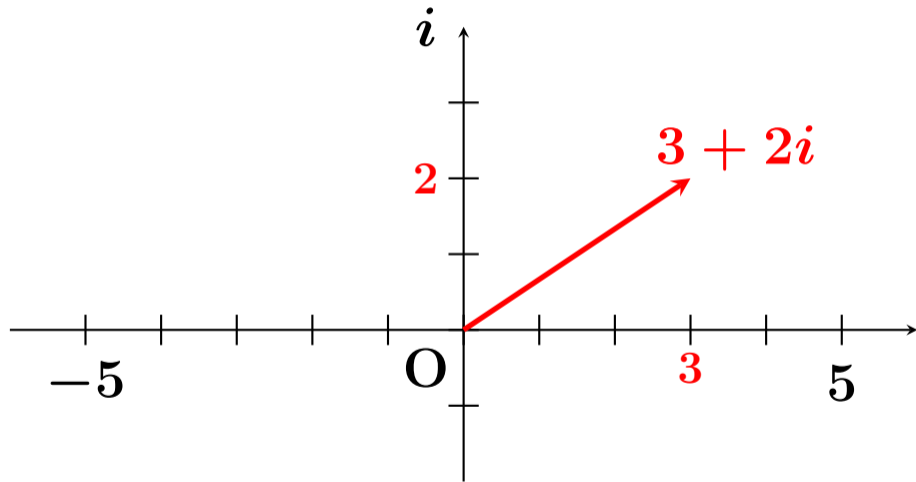
$e = 2.7182 \dots$ など

実数は 1 次元

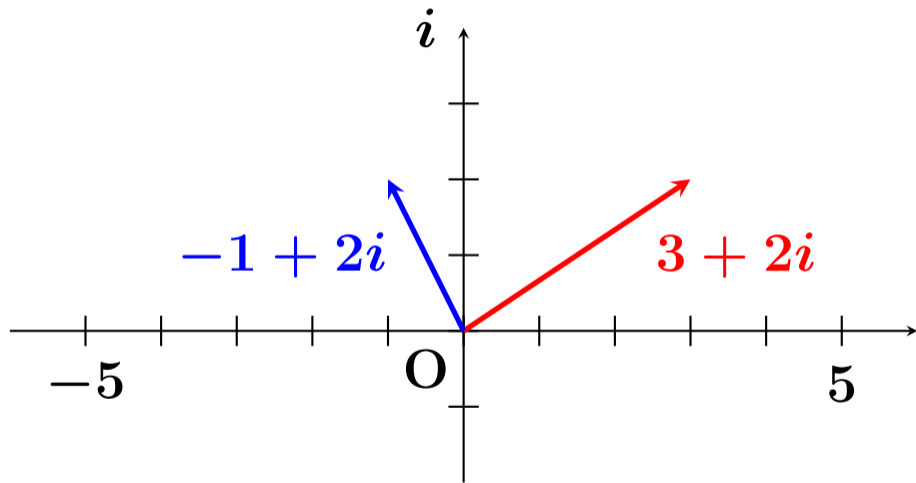


前進、後退しかできない列車と同じ (1 次元)
(レールを外れることはできない)

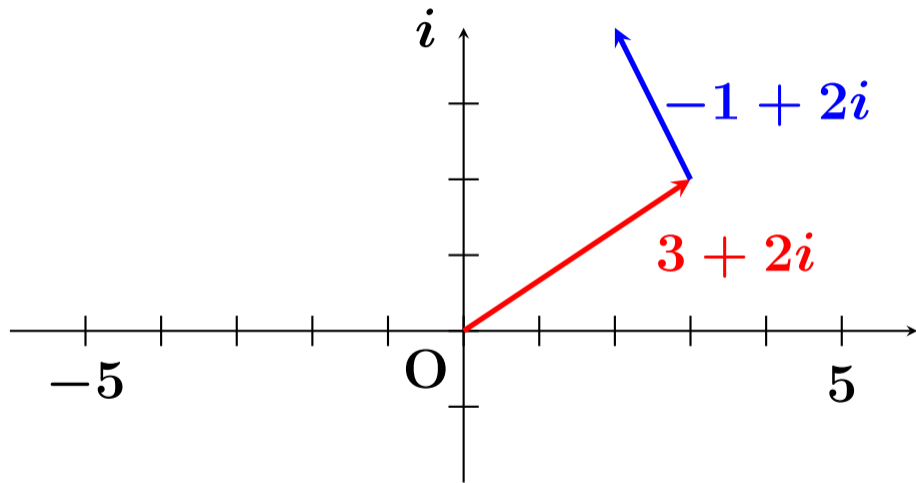
複素数は 2 次元



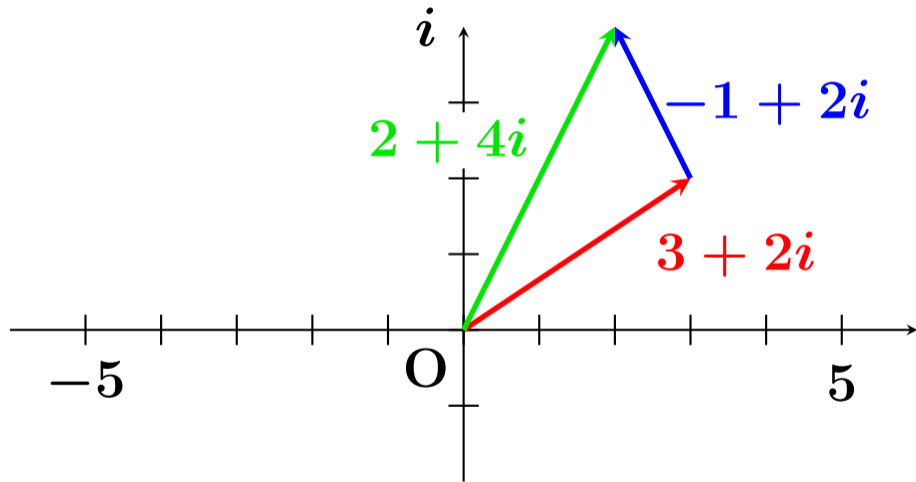
$(3 + 2i) + (-1 + 2i) = 2 + 4i$ の意味



$$(3 + 2i) + (-1 + 2i) = 2 + 4i \text{ の意味}$$



$(3 + 2i) + (-1 + 2i) = 2 + 4i$ の意味

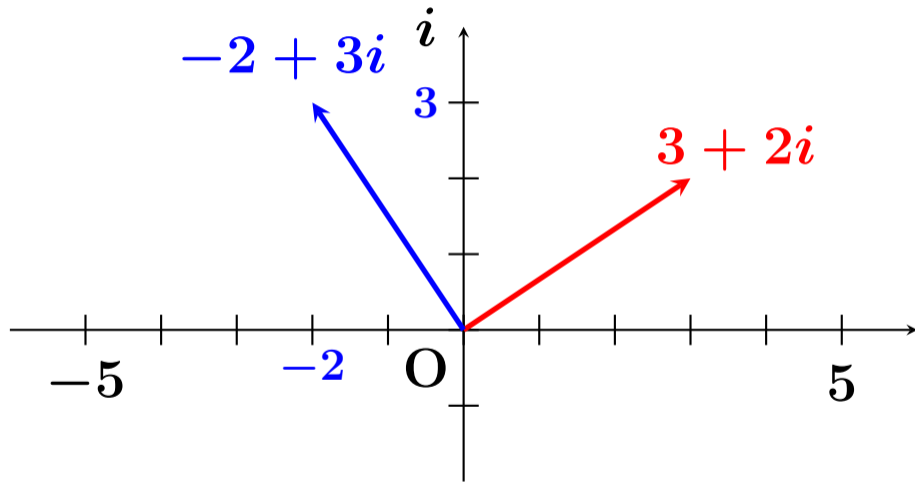


$\times i$ の意味とは

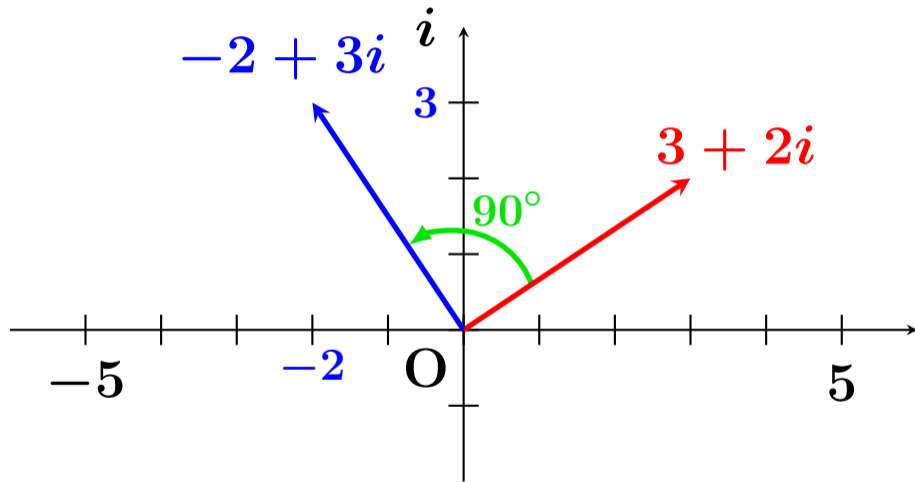
i をかけ算するということは

$$\begin{aligned}i(3 + 2i) &= 3i + 2i^2 \\ &= 3i + 2 \times (-1) \\ &= 3i - 2 \\ &= -2 + 3i\end{aligned}$$

$\times i$ の意味とは



$\times i$ の意味とは



$\times i$ の意味とは

つまり i をかけ算するということは、複素数平面上で 90° 回転させるということの意味している。

$\times i$ の意味とは

つまり i をかけ算するということは、複素数平面上で **90° 回転させる** ということの意味している。

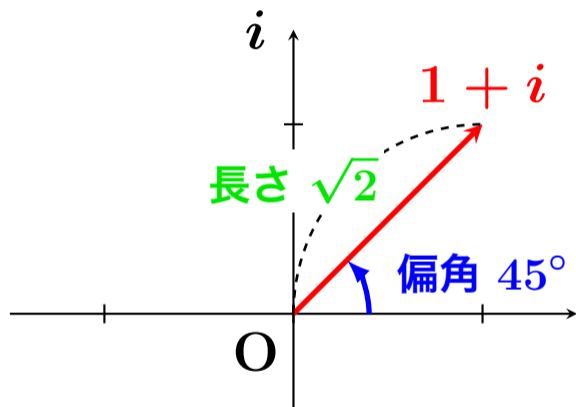
前進・後退しかできない列車から、前進・後退・左折・右折できる自動車になったようなもので、自由度が UP します。

$\times(1+i)$ の意味とは

じゃあ $\times(1+i)$ はどういうこと？

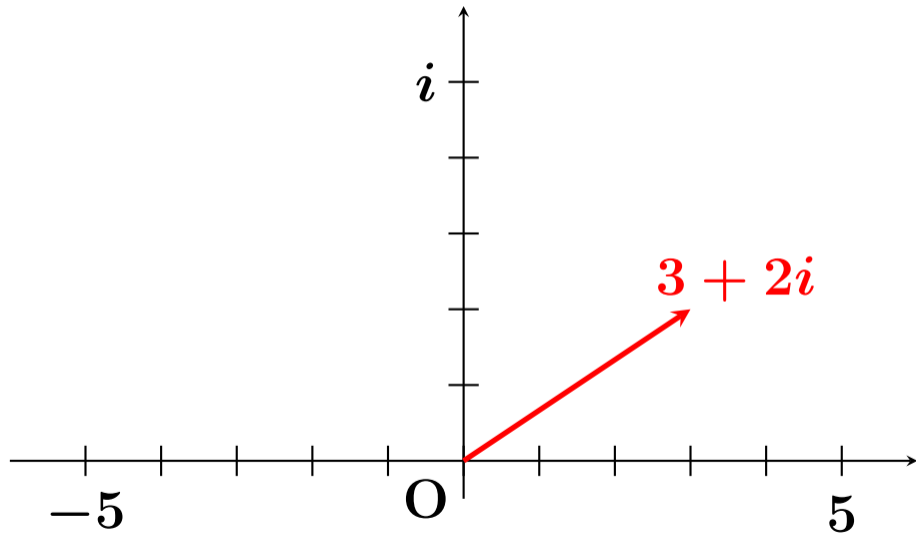
$$\begin{aligned}(3+2i)(1+i) &= 3+3i+2i+2i^2 \\ &= 3+5i+2\times(-1) \\ &= 3+5i-2 \\ &= 1+5i\end{aligned}$$

$\times(1+i)$ の意味とは

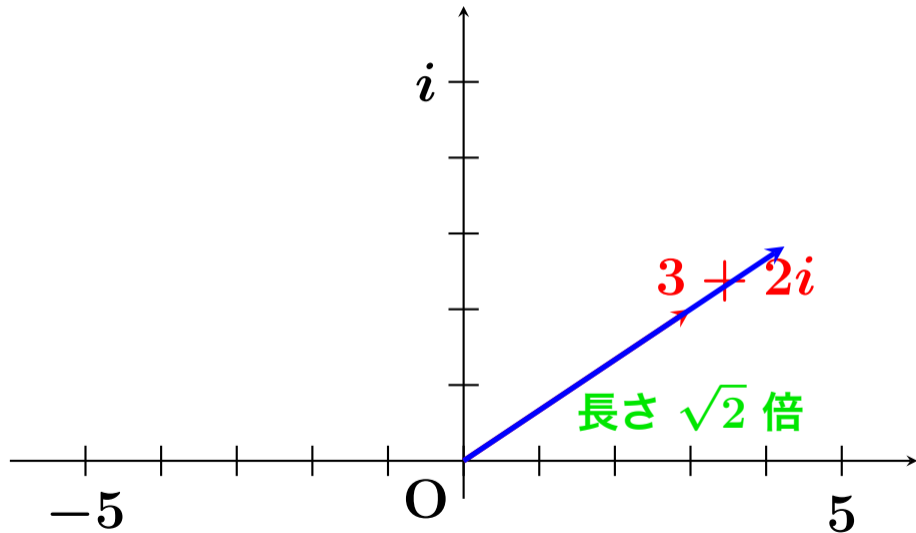


長さを $\sqrt{2}$ 倍して
 45° 回転させる

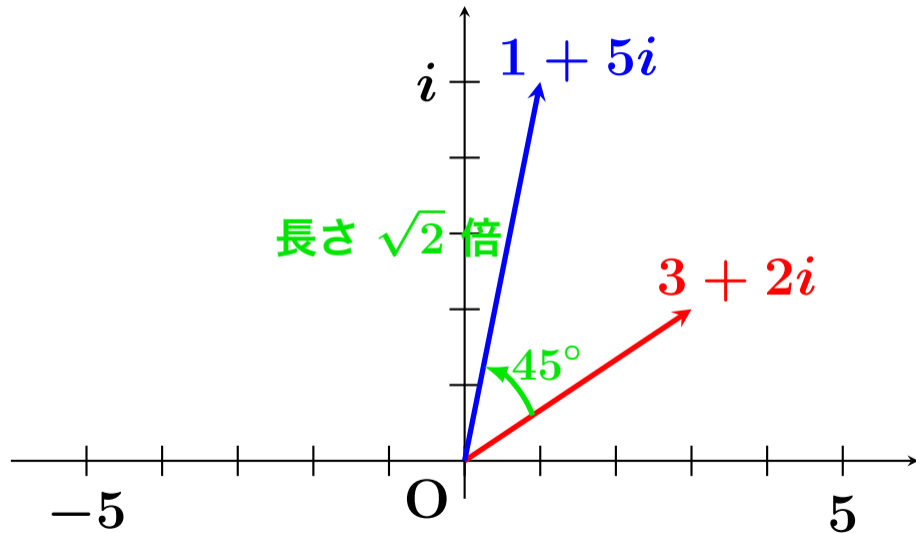
$(3 + 2i)(1 + i)$ の意味とは



$(3 + 2i)(1 + i)$ の意味とは



$(3 + 2i)(1 + i)$ の意味とは



数をもっと拡張すると…

$5 + 2i + 7j + 4k$ のように表される^{しげんすう}四元数というものもあります。3D グラフィクスやゲームプログラミングで利用されます。

[STAND BY ME ドラえもん] 3DCG メイキング (YouTube)

『シン・ゴジラ』白組による CG メイキング映像 (YouTube)

数をもっと拡張すると…

自動車から飛行機に進化したようなもので、前進・後退・左折・右折に加えて上昇・下降ができるようになります。

つまり実数は 1 次元、複素数は 2 次元で、四元数は 3 次元です。製作スタッフが直接四元数を扱うことはないはずですが、使用している CG ソフトウェアの裏では四元数が活躍しているのです。

まだまだ拡張するぞ…

さらに拡張すると**八元数**、**十六元数**なんてものもあるそうです。

素粒子物理学、超弦理論で使われるらしいので、将来ノーベル賞を取りたい人は調べてみると良いでしょう。