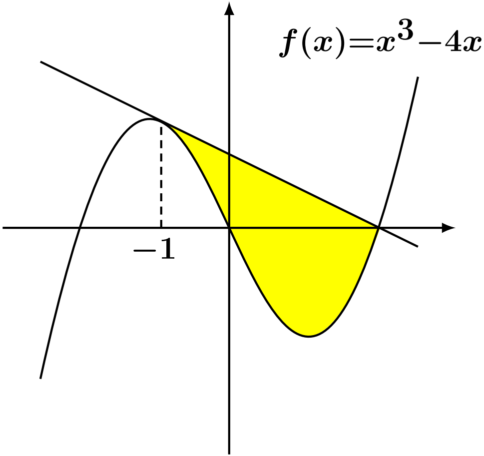
積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）



$f(x) = x^3 - 4x$ 上の $x = -1$ の点における接線と $f(x) = x^3 - 4x$ に囲まれた部分の面積を求めなさい。

積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）

$x = -1$のとき

$f(-1) = (-1)^3 - 4 \times (-1) = 3$より

接線は$(-1, 3)$を通る。

また$f'(x) = 3x^2 - 4$となり

$f'(-1) = 3 \times (-1)^2 - 4 = -1$であること

より**接線の傾きは-1になる。**

積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）

よって接線の式は

$$\begin{aligned} (y-3) &= -\Big(x-(-1)\Big) \\ y &= -x+2 \end{aligned}$$

となる。

だから接線と $f(x)$ との交点の x 座標は

$$\begin{aligned} x^3 - 4x &= -x + 2 \\ x^3 - 3x - 2 &= 0 \\ (x+1)^2(x-2) &= 0 \end{aligned}$$

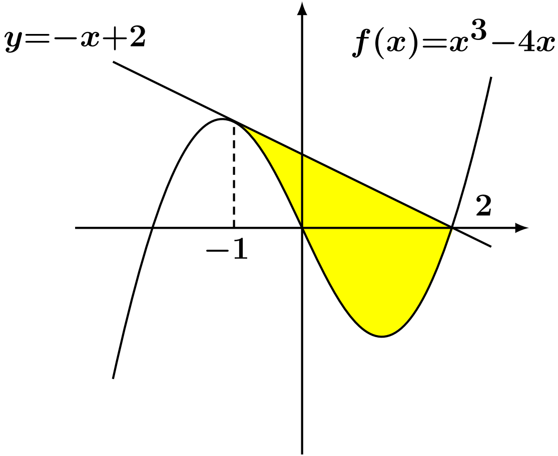
となる。

そこで積分する区間は -1 から 2 までとなるので

$$\int_{-1}^{2}\left\{(-x+2)-(x^3-4x)\right\}dx$$

を計算すれば良い。

積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）



積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）

$$\int_{-1}^{2}\left\{(-x+2)-(x^3-4x)\right\}dx$$

$$=\int_{-1}^{2}(-x^3+3x+2)\,dx$$

$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+2x\right]_{-1}^{2}$$

積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left(-\frac{1}{4}\cdot 2^4 + \frac{3}{2}\cdot 2^2 + 2\cdot 2\right) - \left(-\frac{1}{4}\cdot(-1)^4 + \frac{3}{2}\cdot(-1)^2 + 2\cdot(-1)\right)$$

積分（関数と接線に囲まれた部分の面積）

$$= \frac{27}{4}$$