正の奇数列を次のような群に分ける　第 n 群は n 個の数を含む

$$1 \mid 3,\ 5 \mid 7,\ 9,\ 11 \mid 13,\ 15,\ 17,\ 19 \mid 21, \cdots$$

第１群　第２群　第３群　第４群　第５群

(1)　$n \geqq 2$ のとき、第 n 群の最初の数を n の式で表しなさい

(2)　第 15 群に入るすべての数の和 S を求めなさい

$$1 \mid 3,\ 5 \mid 7,\ 9,\ 11 \mid 13,\ 15,\ 17,\ 19 \mid 21, \cdots$$

第 1 群から第 $(n-1)$ 群までに入る数の個数は

$$1+2+3+\cdots+(n-1)=\frac{1}{2}n(n-1)$$

一旦停止

公式 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k=\frac{1}{2}n(n+1)$

$$=\frac{1}{2}(n-1)\Big((n-1)+1\Big)=\frac{1}{2}(n-1)n$$

$n \to n-1$ と置き換える

$$1 \mid 3,\ 5 \mid 7,\ 9,\ 11 \mid 13,\ 15,\ 17,\ 19 \mid 21, \cdots$$

よって、第 n 群の最初の数は、もとの奇数の列の第 $\left\{\frac{1}{2}n(n-1)+1\right\}$ 項になる。

第 1 群から第 $(n-1)$ 群までの項の個数が $\frac{1}{2}n(n-1)$ なので、
第 n 群の最初の項は、それに $+1$ したものになる。

$$1 \mid 3,\ 5 \mid 7,\ 9,\ 11 \mid 13,\ 15,\ 17,\ 19 \mid 21, \cdots$$

$1,\ 3,\ 5,\ 7, \cdots$ は初項 1, 公差 2 の等差数列なので、第 n 項は $1+(n-1)\cdot 2 = 2n-1$ となる。

公式　$a_n = a_1 + (n-1)d$

$$1 \mid 3,\ 5 \mid 7,\ 9,\ 11 \mid 13,\ 15,\ 17,\ 19 \mid 21, \cdots$$

第 n 項が $2n-1$ の数列の第 $\left\{\frac{1}{2}n(n-1)+1\right\}$ 項は

$$2\left\{\frac{1}{2}n(n-1)+1\right\}-1$$

$$= n(n-1)+2-1$$

$$= n^2-n+1$$ 答

$1 \mid 3,\ 5 \mid 7,\ 9,\ 11 \mid 13,\ 15,\ 17,\ 19 \mid 21, \cdots$

第 15 群の最初の数は、(1)の結果【n^2-n+1】を用いて $15^2-15+1=211$ 一旦停止

よって和 S は初項 211, 公差 2, 項数 15 の等差数列の和だから

$$\frac{1}{2}\cdot 15\{2\cdot 211+(15-1)\cdot 2\}=3375$$ 答

公式　$S_n=\dfrac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$