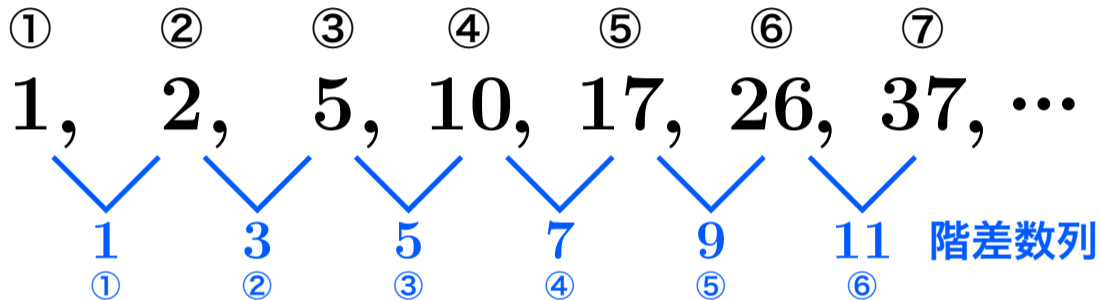


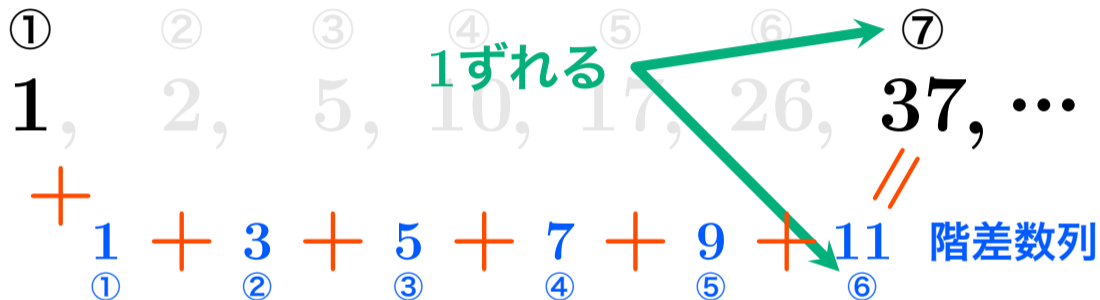
階差数列で一般項を求める



階差数列で一般項を求める

$$\begin{array}{cccccccc} \textcircled{1} & & \textcircled{2} & & \textcircled{3} & & \textcircled{4} & & \textcircled{5} & & \textcircled{6} & & \textcircled{7} \\ 1, & 2, & 5, & 10, & 17, & 26, & 37, & \dots \\ & + & & + & & + & & + & & + & & + & // \\ & 1 & + & 3 & + & 5 & + & 7 & + & 9 & + & 11 & \text{階差数列} \\ & \textcircled{1} & & \textcircled{2} & & \textcircled{3} & & \textcircled{4} & & \textcircled{5} & & \textcircled{6} & \end{array}$$

階差数列で一般項を求める



第⑦項 = 初項 + 階差数列①～⑥の合計

公式（階差数列と一般項）

数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とすると

$n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

$$a_n = \text{初項} + \begin{array}{l} \text{階差数列} \\ \text{第 } n-1 \text{ 項} \\ \text{までの合計} \end{array}$$

数列 $\{a_n\}$ $1, 2, 5, 10, 17, \dots$ の一般項？

階差数列を b_n とすると $1, 3, 5, 7, \dots$ なので
初項 $b_1 = 1$, 公差 $d = 2$ の等差数列だから

$$\begin{aligned} b_n &= b_1 + (n - 1)d \\ &= 1 + (n - 1) \cdot 2 \\ &= 2n - 1 \end{aligned}$$

公式【等差数列の一般項】



$$b_n = 2n - 1 \quad \{a_n\} \quad 1, 2, 5, 10, 17, \dots$$

よって $n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k - 1)$$

$$= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k - \sum_{k=1}^{n-1} 1$$

← 【分けてよい】

$$b_n = 2n - 1$$

$$\{a_n\} 1, 2, 5, 10, 17, \dots$$

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k - \sum_{k=1}^{n-1} 1$$

$$= 1 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} 1$$



← 【数字は前に出してよい】

準備します

公式 $\sum_{k=1}^n c = cn$ (c は定数)

$n \rightarrow n - 1$ と置き換える

$$\sum_{k=1}^{n-1} 1 = 1(n-1) = n-1$$



準備します 2

公式 $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$

$n \rightarrow n-1$ と置き換える

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n-1} k &= \frac{1}{2}(n-1)((n-1)+1) \\ &= \frac{1}{2}(n-1)n \\ &= \frac{1}{2}n(n-1) \quad \text{一旦停止}\end{aligned}$$

元に戻って代入

$$\begin{aligned}a_n &= 1 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} 1 \\&= 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} n(n-1) - (n-1) \\&= 1 + n^2 - n - n + 1 \\&= n^2 - 2n + 2 \quad \text{一旦停止}$$

$n=1$ をチェックする

$\{a_n\}$ 1, 2, 5, 10, 17, \dots

初項は $a_1 = 1$ なので $a_n = n^2 - 2n + 2$ は $n = 1$ のときも成り立つ。

☐ $a_n = n^2 - 2n + 2$