$4n^3 - n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。n: 自然数

❶ $n=1$ のとき

ココは書かなくてよい

$$\boxed{4n^3-n=}\ 4\times1^3-1=4-1=3$$

よって $n=1$ のとき①は成り立つ。

❷ $n=k$ のとき①が成り立つと仮定する。

つまり、ある整数 m を用いて $4k^3-k=3m$

と表されると仮定する。

問題に書いてある $4n^3-n$ で $n\to k$ と

置き換える。

$4n^3-n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。n: 自然数

$n=k+1$ のとき

ココは書かない

$$
\begin{aligned}
4n^3-n &= 4(k+1)^3-(k+1) \\
&= 4(k^3+3k^2+3k+1)-k-1 \\
&= 4k^3+12k^2+12k+4-k-1 \\
&= 4k^3+12k^2+12k+3-k
\end{aligned}
$$

仮定【 $4k^3-k=3m$ 】を使いたいので細工する

$$
= 4k^3-k+12k^2+12k+3
$$

$4n^3-n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。n: 自然数

$$4(k+1)^3-(k+1) = 4k^3-k+12k^2+12k+3$$

$$= 4k^3-k+3(4k^2+4k+1)$$

仮定【$4k^3-k=3m$】を使う $= 3m+3(4k^2+4k+1)$

$$= 3(m+4k^2+4k+1)$$ 一旦停止

$m+4k^2+4k+1$ は整数だから、それに $\times 3$ をしたものは 3 の倍数である。$4(k+1)^3-(k+1)=3(m+4k^2+4k+1)$ なので $4(k+1)^3-(k+1)$ も 3 の倍数になる。

よって $n=k+1$ のときも①は成り立つ。

❶ , ❷ より、すべての自然数 n について①は成り立つ。【証明終わり】

仮定【 $4k^3-k=3m$ 】を使うためには

$$\begin{aligned} &4k^3+12k^2+12k+3-k \\ =\ &4k^3+12k^2+11k+3 \end{aligned}$$

と計算してはダメ！ ※ $4k^3-k$ が使えないので