

サイコロ 1 個投げたとき、出る目の期待値

出る目	1	2	3	4	5	6
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

出る目の期待値

$$\begin{aligned} &= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{6} (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

サイコロ 1 個投げたとき、出る目を X とする

確率変数 X について、次の確率変数の期待値を求めなさい。

(1) $X + 2$

(2) $4X - 1$

(3) $-3X$

サイコロ 1 個投げたとき、出る目を X とする

教科書だと

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

X は確率変数, a, b は定数

と書かれるが、理解しにくいと思う。

サイコロ 1 個投げたとき、出る目を X とする

(1) $X + 2$ の期待値の場合は

サイコロの目 1, 2, 3, 4, 5, 6 に 2 をたし算した

3, 4, 5, 6, 7, 8 という目のサイコロを考えると分かりやすいと思う。

$$\boxed{\bullet} + 2, \boxed{\bullet\bullet} + 2, \boxed{\bullet\bullet\bullet} + 2, \boxed{\bullet\bullet\bullet\bullet} + 2, \boxed{\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet} + 2, \boxed{\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet} + 2$$

確率変数 $X+2$ の期待値

出る目	3	4	5	6	7	8
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

期待値

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} + 7 \cdot \frac{1}{6} + 8 \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{6} (3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = \frac{33}{6} = \frac{11}{2} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

公式を使って計算すると

$E(X) = \frac{7}{2}$ だったので (1) $X + 2$ の期待値は

$$\begin{aligned} E(X+2) &= E(X) + 2 \\ &= \frac{7}{2} + 2 \\ &= \frac{7}{2} + \frac{4}{2} = \frac{11}{2} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

サイコロ 1 個投げたとき、出る目を X とする

(2) $4X - 1$ の期待値の場合は

3, 7, 11, 15, 19, 23 という目のサイコロを考える
と分かりやすいと思う。

$$4 \times \begin{array}{|c|} \hline \bullet \\ \hline \end{array} - 1, \quad 4 \times \begin{array}{|c|} \hline \bullet \quad \bullet \\ \hline \end{array} - 1, \quad 4 \times \begin{array}{|c|} \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \hline \end{array} - 1, \\ 4 \times \begin{array}{|c|} \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \hline \end{array} - 1, \quad 4 \times \begin{array}{|c|} \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \hline \end{array} - 1, \quad 4 \times \begin{array}{|c|} \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \hline \end{array} - 1$$

確率変数 $4X - 1$ の期待値

出る目	3	7	11	15	19	23
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

期待値

$$\begin{aligned} &= 3 \cdot \frac{1}{6} + 7 \cdot \frac{1}{6} + 11 \cdot \frac{1}{6} + 15 \cdot \frac{1}{6} + 19 \cdot \frac{1}{6} + 23 \cdot \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{6} (3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23) = \frac{78}{6} = 13 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

公式を使って計算すると

$E(X) = \frac{7}{2}$ だったので (2) $4X - 1$ の期待値は

$$E(4X - 1) = 4E(X) - 1$$

$$= 4 \times \frac{7}{2} - 1$$

$$= 14 - 1 = 13 \quad \boxed{\text{答}}$$

サイコロ 1 個投げたとき、出る目を X とする

(3) $-3X$ の期待値の場合は

$-3, -6, -9, -12, -15, -18$ という目のサイコロを考えると分かりやすいと思う。

$$\begin{aligned} & -3 \times \square_{\bullet}, \quad -3 \times \square_{\bullet\bullet}, \quad -3 \times \square_{\bullet\bullet\bullet}, \\ & -3 \times \square_{\bullet\bullet\bullet}, \quad -3 \times \square_{\bullet\bullet\bullet\bullet}, \quad -3 \times \square_{\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet} \end{aligned}$$

確率変数 $-3X$ の期待値

出る目	-3	-6	-9	-12	-15	-18
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$$\begin{aligned}\text{期待値} &= -3 \cdot \frac{1}{6} + (-6) \cdot \frac{1}{6} + (-9) \cdot \frac{1}{6} + (-12) \cdot \frac{1}{6} \\ &\quad + (-15) \cdot \frac{1}{6} + (-18) \cdot \frac{1}{6} \\ &= -\frac{63}{6} = -\frac{21}{2} \quad \boxed{\text{答}}\end{aligned}$$

公式を使って計算すると

$E(X) = \frac{7}{2}$ だったので (3) $-3X$ の期待値は

$$E(-3X) = -3E(X)$$

$$= -3 \times \frac{7}{2}$$

$$= -\frac{21}{2} \quad \boxed{\text{答}}$$