$\sum$ の公式

公式 (1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c = nc$　（ c は定数 ）

公式 (2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$

公式 (3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

公式 (4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{1}{2}n(n+1)\right)^2$

計算例

公式 (1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c = nc$　(c は定数)

$$\sum_{k=1}^{n} 4 = \underbrace{4+4+4+\cdots+4}_{n\text{ 個}} = 4n$$ 答

$$\sum_{k=1}^{7} 3 = \underbrace{3+3+3+3+3+3+3}_{7\text{ 個}} = 21$$ 答

計算例

公式 (2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$

$n \to 8$ と置き換える

$$\sum_{k=1}^{8} k = \frac{1}{2}\cdot 8\cdot(8+1)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 8\cdot 9 = 36 \quad \boxed{答}$$

計算例

公式 (2)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$

$n \to n+1$ と置き換える

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{1}{2}(n+1)\Big((n+1)+1\Big)$$

$$= \frac{1}{2}(n+1)(n+2) \quad \boxed{答}$$

計算例

公式 (3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$n \to 7$ と置き換える

$$\sum_{k=1}^{7} k^2 = \frac{1}{6}\cdot 7\cdot(7+1)\cdot(2\cdot 7+1)$$

$$= \frac{1}{6}\cdot 7\cdot 8\cdot 15 = 140 \quad \boxed{答}$$

計算例

公式 (4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{1}{2}n(n+1)\right)^2$

$n \to 10$ と置き換える

$$\sum_{k=1}^{10} k^3 = \left(\frac{1}{2}\cdot 10\cdot(10+1)\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 11\right)^2 = 55^2 = 3025$$ 答