

上り方は何通り？

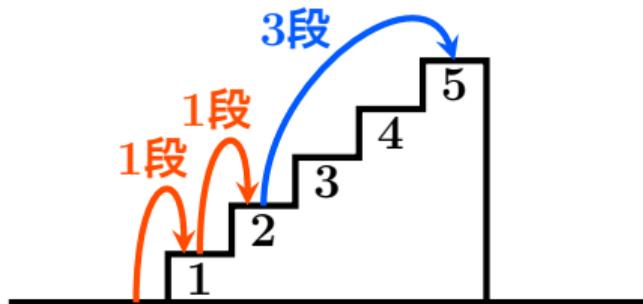
次の三つの上り方で階段を上る。

1 段上り

2 段上り

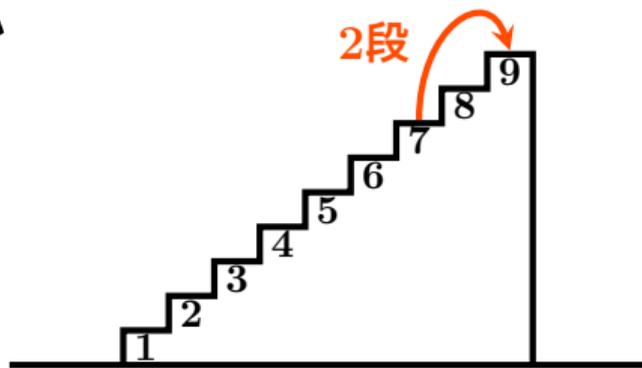
3 段上り

例えばちょうど 5 段の階段では図のような上り方がある。

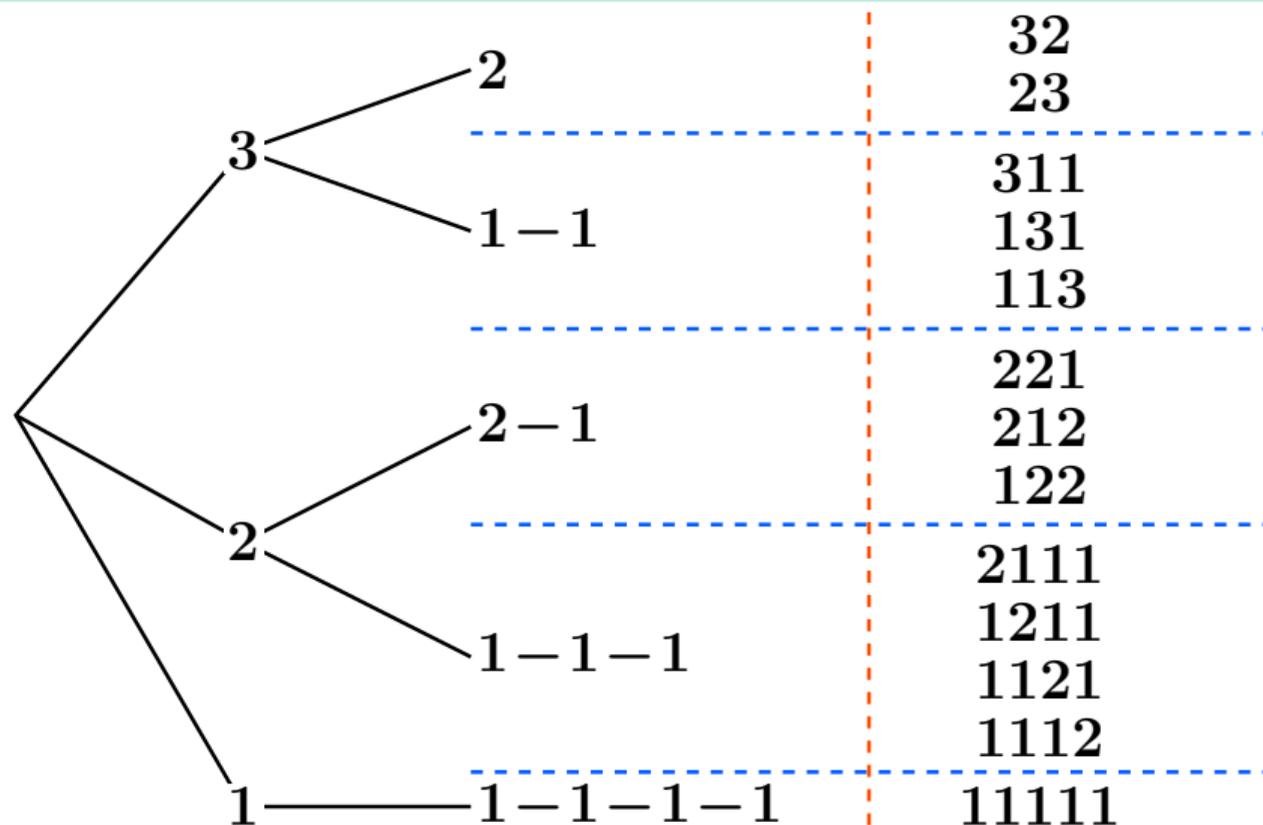


次の問いに答えなさい

- (1) ちょうど 5 段の階段を上るには、何通りの上り方があるか
- (2) ちょうど 9 段の階段で、**最後を 2 段上り**で上る上り方は何通りあるか



5 段だとうこうなります



答 13通り

(2) 9 段で、最後を 2 段上りは何通り？

7 段まで上ってから、最後を 2 段で上ればよいので、7 段までの上り方が何通りあるか調べればよい。

1 段のときの上がり方は 1 通り

2 段のときの上がり方は 2, 11 の 2 通り

3 段のときの上がり方は 3, 21, 12, 111 の 4 通り

じっくり考えよう

4 段のときの上り方は

31, 13, 22, 211, 121, 112, 1111 の 7 通り

しかし、じっくり考えると 4 段のときは

- ▶ 1 段まで上がって、最後を 3 段で上がる
- ▶ 2 段まで上がって、最後を 2 段で上がる
- ▶ 3 段まで上がって、最後を 1 段で上がる

の 3 パターンだけなので…

前の3つを、たし算すればいいじゃん！

$$\begin{aligned} \boxed{4 \text{ 段上がり}} &= \boxed{1 \text{ 段上がり}} + \boxed{2 \text{ 段上がり}} + \boxed{3 \text{ 段上がり}} \\ &= 1 \text{ 通り} + 2 \text{ 通り} + 4 \text{ 通り} \\ &= 7 \text{ 通り} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

もう一度 5 段を調べよう

5 段のときの上り方は

- ▶ 2 段まで上がって、最後を 3 段で上がる
- ▶ 3 段まで上がって、最後を 2 段で上がる
- ▶ 4 段まで上がって、最後を 1 段で上がる

の 3 パターンだけなので…

やっぱりそうだ

$$\begin{aligned} \boxed{5 \text{ 段上がり}} &= \boxed{2 \text{ 段上がり}} + \boxed{3 \text{ 段上がり}} + \boxed{4 \text{ 段上がり}} \\ &= 2 \text{ 通り} + 4 \text{ 通り} + 7 \text{ 通り} \\ &= 13 \text{ 通り} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

最初に調べた答えと一致している。

ならば 6 段は

1 段 1 / 2 段 2 / 3 段 4 / 4 段 7 / 5 段 13

$$\begin{aligned} \boxed{6 \text{ 段上がり}} &= \boxed{3 \text{ 段上がり}} + \boxed{4 \text{ 段上がり}} + \boxed{5 \text{ 段上がり}} \\ &= 4 \text{ 通り} + 7 \text{ 通り} + 13 \text{ 通り} \\ &= 24 \text{ 通り} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

7 段は 1 段 1 / 2 段 2 / 3 段 4 / 4 段 7 / 5 段 13 / 6 段 24

$$\begin{aligned} \boxed{7 \text{ 段上がり}} &= \boxed{4 \text{ 段上がり}} + \boxed{5 \text{ 段上がり}} + \boxed{6 \text{ 段上がり}} \\ &= 7 \text{ 通り} + 13 \text{ 通り} + 24 \text{ 通り} \\ &= 44 \text{ 通り} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

9 段の階段で、最後を 2 段上りで上る上り方は
 $\boxed{\text{答}} \quad 44 \text{ 通り}$

このような数の並びをトリボナッチ数列 [web](#) と言うそうです
(前の 2 つをたし算した数列はフィボナッチ数列 [web](#))