

■ 命題

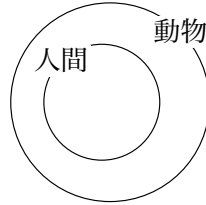
正しいか正しくないか決められる事柄を^{めいだい}命題という。正しいことを^{しん}真といい、正しくないことを^{まご}偽という。

例 1 「人間は動物である」は命題である。この命題は真である。

「動物は人間である」は命題である。この命題は偽である。

「三角形の内角の和は 180° である」は命題である。この命題は真である。

「1 ダースは 8 である」は命題である。この命題は偽である。



命題は「 p は q である」「 p ならば q となる」ことが多い。そこで記号で「 $p \implies q$ 」と書くことにする。「 $p \implies q$ 」のとき、 p であるが q でない例を^{はんれい}反例という。

例 2 「動物 \implies 人間」は命題である。この命題は偽である。反例は犬である。犬は動物であるが、人間ではない。

「素数 \implies 奇数」は偽である。反例は 2 である。2 は素数であるが、奇数ではない。

「 $x^2 > 4 \implies x > 2$ 」は偽である。反例は $x = -3$ である。 $x = -3$ は $x^2 > 4$ であるが、 $x > 2$ ではない。

例 1 次の命題の真偽を答えなさい。また偽のときは反例を書きなさい。

- (1) n は 3 の倍数 $\implies n^2$ は 3 の倍数 (2) $x^2 = 9 \implies x = 3$

(3) $\frac{2}{x} < 1 \implies x > 2$

(4) 半径が 3 cm の円の面積は $9\pi \text{ cm}^2$

例 2 次の命題の真偽を調べなさい。

(1) $x \geq 5 \implies x \geq 1$

(2) $-1 < x < 7 \implies 2 < x < 5$

(3) $\triangle ABC$ は正三角形 $\implies \triangle ABC$ は二等辺三角形

命題「 $p \implies q$ 」に対して「 $q \implies p$ 」を^{ぎぎく}逆という。真の命題の逆は、真のときもあるし偽のときもある。

例 3 「 $3x - 5 = 4 \implies x = 3$ 」の逆は「 $x = 3 \implies 3x - 5 = 4$ 」となる。これは真である。

「正方形 \implies 4 つの角が直角の四角形」の逆は「4 つの角が直角の四角形 \implies 正方形」となる。これは偽である。反例は長方形である。

例 3 次の命題の逆をつくり、その真偽を調べなさい。

(1) $3x - 2 = 13 \implies x = 5$

(2) 正方形 \implies 4 辺の長さが等しい四角形

(3) n は 4 の倍数 $\implies n$ は 2 の倍数