数学 B　授業プリント＃ 9

年　組　号

氏名

■ 等差数列の和

例題　等差数列 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23 の和を求めよ。

解答　$S = 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23$ と置くと

$$\begin{array}{rrl} & S = & 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 \\ +) & S = & 23 + 20 + 17 + 14 + 11 + 8 + 5 \\ \hline & 2S = & \underbrace{28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28 + 28}_{7\text{個}} \\ & 2S = & 28 \times 7 \\ & S = & \dfrac{28 \times 7}{2} \\ & S = & 14 \times 7 \\ & S = & 98 \end{array}$$

〈答〉 98

このことから次のことが分かる。

> 等差数列の，初項から末項（最後の項）までの和 S_n は
> $$S_n = \frac{\text{項の数}\,(\text{初項} + \text{末項})}{2}$$
> となる。
> またこの公式は，初項は a_1，末項は l，項数は n という記号で書かれるので，
> $$S_n = \frac{n(a_1 + l)}{2}$$
> と書くこともある。
> ただし末項を計算する必要があるときは前回出てきた公式 $a_1 + (n-1)d$ を使う。

例 1　等差数列 2, 6, 10 , 14 , 18 , 22 , 26 , 30 の和 S_8 を求めよ。
(8 個の数字のたし算なので S_8 と書く)

解答　初項 $a_1 = 2$，末項 $l = 30$，項数 $n = 8$（第 8 項まである）なので

$$S_8 = \frac{8(2+30)}{2} = \frac{8 \times 32}{2} = \frac{{}^{4}\cancel{8} \times 32}{\cancel{2}_{1}} = 128$$

〈答〉 128

例 2　等差数列 10, 8, 6, 4, 2, $\cdots$ の初項から第 20 項までの和 S_{20} を求めよ。

解答　第 20 項は $a_1 + (n-1) \times d = 10 + (20-1) \times (-2) = -28$ なので

$$S_{20} = \frac{20\left(10 + (-28)\right)}{2} = \frac{20 \times (-18)}{2} = \frac{{}^{10}\cancel{20} \times (-18)}{\cancel{2}_{1}} = -180$$

〈答〉 -180

1　次の等差数列の和を求めよ。

(1)　4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28

(2)　24, 15, 6, -3, -12, -21, -30

(3)　-3, 1, 5, 9, $\cdots$ の初項から第 20 項まで

(4)　$\dfrac{1}{3}$, 1, $\dfrac{5}{3}$, $\dfrac{7}{3}$, $\cdots$ の初項から第 15 項まで

2　等差数列 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22 の和を求めよ。

3　等差数列 $10, 6, 2, -2, -6, -10, -14, -18, -22, -26, -30$ の和を求めよ。

4　等差数列 5, 3, 1, -1, -3, $\cdots$ の初項から第 14 項までの和を求めよ。

5　等差数列 7, 10, 13, 16, 19, $\cdots$ の初項から第 12 項までの和を求めよ。

数学プリント#9　1 (1) 144 (2) -21 (3) 700 (4) 75　2 92　3 -110　4 -112　5 282