数学 A　授業プリント# 10

年　　組　　号

氏名

等差数列の和

> 等差数列の，初項から末項（最後の項）までの和 S_n は
> $$S_n = \frac{\text{項の数}\,(\text{初項}+\text{末項})}{2}$$
> となる。
> またこの公式は，初項は a_1，末項は l，項数は n という記号で書かれるので，
> $$S_n = \frac{n(a_1+l)}{2}$$
> と書くこともある。
> ただし末項を計算する必要があるときは前回出てきた公式 $a_1+(n-1)d$ を使う。

例 1　等差数列 $\underbrace{\overbrace{2}^{\text{初項}},\ 6, 10\ ,14\ ,18\ ,22\ ,26\ ,\overbrace{30}^{\text{末項}}}_{8\text{ 個}}$ の和 S_8 を求めよ。

解答　$S_8 = \dfrac{\text{項の数}\,(\text{初項}+\text{末項})}{2} = \dfrac{8\text{ 個}\,(2+30)}{2} = \dfrac{8\times 32}{2} = \dfrac{8\times 32}{2} = 128$

〈答〉 128

例 2　等差数列 10, 8, 6, 4, 2, ⋯ の初項から第 20 項までの和 S_{20} を求めよ。

解答　末項の第 20 項は
$$\begin{aligned} a_{20} &= a_1+(n-1)d \\ &= \text{初項}+(\text{第 } n \text{ 項}-1)\times\text{公差} \\ &= 10+(\text{第 20 項}-1)\times(-2) \\ &= 10+19\times(-2) \\ &= 10+(-38) \\ &= 10-38 \\ &= -28 \text{ となる。} \end{aligned}$$

初項から第 20 項までということは，全部で 20 個あるので

$$S_{20} = \frac{20\text{ 個}\left(\text{初項 }10+\text{末項 }(-28)\right)}{2} = \frac{20\times(-18)}{2} = \frac{20\times(-18)}{2} = -180$$

〈答〉 −180

1　次の等差数列の和を求めよ。

(1)　2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23

(2)　−3, 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37

(3)　3, 5, 7, 9, ⋯ の初項から第 11 項まで

(4)　55, 48, 41, 34, ⋯ の初項から第 15 項まで

2　等差数列 −14, −11, −8, −5, −2, 1, 4, 7 の和を求めよ。

3　等差数列 85, 78, 71, 64, 57, 50, 43 の和を求めよ。

4　等差数列 5, 8, 11, 14, 17, ⋯ の初項から第 20 項までの和を求めよ。

5　等差数列 30, 26, 22, 18, 14, ⋯ の初項から第 17 項までの和を求めよ。