

■ 等差数列の和

等差数列の、初項から末項（最後の項）までの和 S_n は

$$S_n = \frac{\text{項の数 (初項 + 末項)}}{2}$$

となる。

またこの公式は、初項は a_1 、末項は l 、項数は n という記号で書かれるので、

$$S_n = \frac{n(a_1 + l)}{2}$$

と書くこともある。

ただし末項を計算する必要があるときは前回出てきた公式 $a_1 + (n - 1)d$ を使う。

例 1 等差数列 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30 の和 S_8 を求めよ。

解答
$$S_8 = \frac{\text{項の数 (初項 + 末項)}}{2} = \frac{8 \text{ 個 } (2 + 30)}{2} = \frac{8 \times 32}{2} = \frac{8 \times 32}{2} = 128$$

〈答〉 128

例 2 等差数列 10, 8, 6, 4, 2, ... の初項から第 20 項までの和 S_{20} を求めよ。

解答 末項の第 20 項は $a_{20} = a_1 + (n - 1)d$

$$= \text{初項} + (\text{第 } n \text{ 項} - 1) \times \text{公差}$$

$$= 10 + (\text{第 20 項} - 1) \times (-2)$$

$$= 10 + 19 \times (-2)$$

$$= 10 + (-38)$$

$$= 10 - 38$$

$$= -28 \text{ となる。}$$

初項から第 20 項までということは、全部で 20 個あるので

$$S_{20} = \frac{20 \text{ 個 (初項は } 10 + \text{末項は } -28)}{2}$$

$$= \frac{20 \times (10 + (-28))}{2} = \frac{20 \times (-18)}{2} = \frac{10 \cancel{20} \times (-18)}{\cancel{2}_1} = -180$$

〈答〉 -180

1 次の等差数列の和を求めよ。

(1) 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23

(2) -3, 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37

(3) 3, 5, 7, 9, ... の初項から第 11 項まで

(4) 55, 48, 41, 34, ... の初項から第 15 項まで

2 等差数列 -14, -11, -8, -5, -2, 1, 4, 7 の和を求めよ。

3 等差数列 85, 78, 71, 64, 57, 50, 43 の和を求めよ。

4 等差数列 5, 8, 11, 14, 17, ... の初項から第 20 項までの和を求めよ。

5 等差数列 30, 26, 22, 18, 14, ... の初項から第 17 項までの和を求めよ。