

等比数列

等比数列の第 n 項を a_n とすると次の公式が成り立つ。

$$a_n = \text{初項} \times \text{公比}^{n-1}$$

または、初項は a_1 、公比は r という記号で書かれるので、

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

例題 第 3 項が 20、第 5 項が 80 である等比数列の第 8 項を求めよ。

解答 初項を a_1 、公比を r とすると、

$$\begin{cases} a_3 = a_1 \times r^{3-1} = a_1 \times r^2 = 20 & \dots\dots\text{①} \\ a_5 = a_1 \times r^{5-1} = a_1 \times r^4 = 80 & \dots\dots\text{②} \end{cases}$$

$a_1 \times r^4 = a_1 \times r^2 \times r^2$ だから、①を②に代入すると

$$\begin{aligned} a_1 \times r^4 &= 80 \\ (a_1 \times r^2) \times r^2 &= 80 \\ 20 \times r^2 &= 80 \\ \frac{20 \times r^2}{20} &= \frac{80}{20} \\ r^2 &= 4 \\ r &= \pm 2 \end{aligned}$$

$r = 2$ のとき、①に代入して

$$\begin{aligned} a_1 \times r^2 &= 20 \\ a_1 \times 2^2 &= 20 \\ a_1 \times 4 &= 20 \\ \frac{a_1 \times 4}{4} &= \frac{20}{4} \\ a_1 &= 5 \end{aligned}$$

よって $a_8 = a_1 \times r^{8-1} = 5 \times 2^7 = 5 \times 128 = 640$

同様に $r = -2$ のときも $a_1 = 5$ となるので

$$a_8 = a_1 \times r^{8-1} = 5 \times (-2)^7 = 5 \times -128 = -640$$

〈答〉 $\begin{cases} \text{公比 } 2 \text{ のとき,} & \text{第 } 8 \text{ 項は } 640 \\ \text{公比 } -2 \text{ のとき,} & \text{第 } 8 \text{ 項は } -640 \end{cases}$

① 第 3 項が 12、第 5 項が 48 の等比数列の第 8 項を求めよ。

② 第 2 項が 6、第 6 項が 96 の等比数列の第 8 項を求めよ。

③ 第 2 項が 6、第 4 項が 54 の等比数列の第 5 項を求めよ。

④ 第 2 項が 12、第 5 項が 96 の等比数列の第 5 項を求めよ。

⑤ 第 2 項が 21、第 5 項が 567 の等比数列の第 5 項を求めよ。