数学 A　授業プリント＃ 14

年　組　号

氏名

等比数列の和（足し算）

問い　等比数列 3, 6 , 12 , 24 , $\cdots$, 1536 の和を求めよ。

- ポイント $\underbrace{3,\ 3\times 2,\ 3\times 2^2,\ 3\times 2^3,\ \cdots,\ 3\times 2^9}_{10\text{ 個}}$ と考える

解答　$S = 3 + 3\times 2 + 3\times 2^2 + 3\times 2^3 + \cdots + 3\times 2^9$ …①とする。

上の式の両辺に 2 をかけ算すると

$2S = 3\times 2 + 3\times 2^2 + 3\times 2^3 + \cdots + 3\times 2^9 + 3\times 2^{10}$ …②となる。

翳 − 羈 を計算すると

$$
\begin{array}{rrrrrrrrl}
2S = & & 3\times 2 & +\ 3\times 2^2 & +\ 3\times 2^3 & +\cdots+ & 3\times 2^9 & +\ 3\times 2^{10} & \cdots② \\
-)\quad S = & 3 & +\ 3\times 2 & +\ 3\times 2^2 & +\ 3\times 2^3 & +\cdots+ & 3\times 2^9 & & \cdots① \\
\hline
2S - S = & -3 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & +3\times 2^{10} &
\end{array}
$$

$(2-1)S = -3 + 3\times 2^{10}$

$(2-1)S = 3\times 2^{10} - 3$

$(2-1)S = 3\,(2^{10}-1)$

$S = \dfrac{3\,(2^{10}-1)}{(2-1)}$

$S = \dfrac{3\,(1024-1)}{1}$

$S = 3\times 1023$

$S = 3069$

〈答〉　3069

> 初項が a_1，公比が r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は
> $$S_n = \frac{a_1\times(r^n-1)}{r-1}$$

例題　等比数列 5, 15, 45, 135, 405, 1215, 3645 の和を求めよ。

解答　初項 $a_1 = 5$，公比 $r = 3$，項数 $n = 7$ の等比数列なので，公式に当てはめて

$$S_7 = \frac{a_1\times(r^n-1)}{r-1} = \frac{5\times(3^7-1)}{3-1} = \frac{5\times(2187-1)}{2} = \frac{5\times 2186}{2} = 5\times 1093 = 5465$$

1　次の等比数列の和を求めよ。

(1)　4, 8, 16, 32, 64, 128

(2)　3, − 6, 12, − 24, 48, − 96, 192

2　初項 9，公比 3 の等比数列の初項から第 4 項までの和 S_4 を求めよ。

3　初項 1，公比 -2 の等比数列の初項から第 7 項までの和 S_7 を求めよ。

4　初項 6，公比 -2 の等比数列の初項から第 5 項までの和 S_5 を求めよ。

5　初項 -2，公比 3 の等比数列の初項から第 4 項までの和 S_4 を求めよ。

6　初項 4，公比 -2 の等比数列の初項から第 5 項までの和 S_5 を求めよ。

7　初項 -5，公比 -3 の等比数列の初項から第 6 項までの和 S_6 を求めよ。