

等比数列の和 (足し算)

問 等比数列 3, 6, 12, 24, ..., 1536 の和を求めよ。

● ポイント $3, 3 \times 2, 3 \times 2^2, 3 \times 2^3, \dots, 3 \times 2^9$ と考える

解 答 $S = 3 + 3 \times 2 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + 3 \times 2^9 \dots \textcircled{1}$ とする。

上の式の両辺に 2 をかけ算すると

$$2S = 3 \times 2 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + 3 \times 2^9 + 3 \times 2^{10} \dots \textcircled{2}$$

罫 - 罫 を計算すると

$$2S = 3 \times 2 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + 3 \times 2^9 + 3 \times 2^{10} \dots \textcircled{2}$$

$$-) S = 3 + 3 \times 2 + 3 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + 3 \times 2^9 \dots \textcircled{1}$$

$$2S - S = -3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad + 3 \times 2^{10}$$

$$(2 - 1)S = -3 + 3 \times 2^{10}$$

$$(2 - 1)S = 3 \times 2^{10} - 3$$

$$(2 - 1)S = 3(2^{10} - 1)$$

$$S = \frac{3(2^{10} - 1)}{(2 - 1)}$$

$$S = \frac{3(1024 - 1)}{1}$$

$$S = 3 \times 1023$$

$$S = 3069$$

〈答〉 3069

初項が a_1 、公比が r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \frac{a_1 \times (r^n - 1)}{r - 1}$$

例題 等比数列 5, 15, 45, 135, 405, 1215, 3645 の和を求めよ。

解 答 初項 $a_1 = 5$ 、公比 $r = 3$ 、項数 $n = 7$ の等比数列なので、公式に当てはめて

$$S_7 = \frac{a_1 \times (r^n - 1)}{r - 1} = \frac{5 \times (3^7 - 1)}{3 - 1} = \frac{5 \times (2187 - 1)}{2} = \frac{5 \times 2186}{2} = 5 \times 1093 = 5465$$

1 次の等比数列の和を求めよ。

(1) 4, 8, 16, 32, 64, 128

(2) 3, -6, 12, -24, 48, -96, 192

2 初項 9, 公比 3 の等比数列の初項から第 4 項までの和 S_4 を求めよ。

3 初項 1, 公比 -2 の等比数列の初項から第 7 項までの和 S_7 を求めよ。

4 初項 6, 公比 -2 の等比数列の初項から第 5 項までの和 S_5 を求めよ。

5 初項 -2, 公比 3 の等比数列の初項から第 4 項までの和 S_4 を求めよ。

6 初項 4, 公比 -2 の等比数列の初項から第 5 項までの和 S_5 を求めよ。

7 初項 -5, 公比 -3 の等比数列の初項から第 6 項までの和 S_6 を求めよ。