

1 次の数列の和を求めよ。

(1) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 15$

(2) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 22$

自然数の和・平方数の和

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1)$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$$

(3) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 36$

(4) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 55$

例 1 $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20$ を求めよ。

解答 $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20 = \frac{1}{2} \times 20 \times (20 + 1)$
 $= \frac{1}{2} \times 20 \times 21$
 $= \frac{1}{2} \times 20 \times 21$
 $= 10 \times 21$
 $= 210$

(5) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 8^2$

(6) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 13^2$

例 2 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 15^2$ を求めよ。

解答 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 15^2 = \frac{1}{6} \times 15 \times (15 + 1) \times (2 \times 15 + 1)$
 $= \frac{1}{6} \times 15 \times 16 \times 31$
 $= \frac{1}{6} \times 15 \times 16 \times 31$
 $= 5 \times 8 \times 31$
 $= 1240$

(7) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 21^2$

(8) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 45^2$

(9) $11 + 12 + 13 + 14 + \dots + 36$

(10) $16^2 + 17^2 + 18^2 + 19^2 + 20^2$