数学 A　授業プリント# 18

年　組　号

氏名

■　和の記号 $\sum$ ←「シグマ」と読みます

例 1　$\displaystyle\sum_{k=1}^{7} k = 1+2+3+\cdots+7$

例 2　$\displaystyle\sum_{k=5}^{12} k = 5+6+7+\cdots+12$

例 3　$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2$

例 4　$\displaystyle\sum_{k=1}^{8} 2^k = 2^1+2^2+2^3+\cdots+2^8$

例 5　$\displaystyle\sum_{k=1}^{7} 3k = 3\times1+3\times2+3\times3+3\times4+\cdots+3\times7$

例 6　
$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10}(2k-1) &= (2\times1-1)+(2\times2-1)+(2\times3-1)+(2\times4-1)+\cdots+(2\times10-1)\\ &= (\ 2\ \ -1)+(\ 4\ \ -1)+(\ 6\ \ -1)+(\ 8\ \ -1)+\cdots+(\ 20\ \ -1)\end{aligned}$$

1　次の和を，$\sum$ を使わないで書き表せ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{9} k$　　(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} k^2$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} 3^k$　　(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{8} (5k+1)$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} 2^{k+1}$　　(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} (2k+3)$

(7) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} 3^{k-1}$　　(8) $\displaystyle\sum_{k=1}^{8} k\,(k+1)$

(9) $\displaystyle\sum_{k=4}^{9} k$

例題 3　$1+4+7+10+\cdots+25$ を $\sum$ を使って表してみよう。

解　この数列は，初項 1，公差 3 の等差数列なので一般項は

$a_n = 1+(n-1)\times3 = 1+3n-3 = 3n-2$ となる。

また，末項の 25 は

$$\begin{aligned}3n-2 &= 25\\ 3n &= 25+2\\ 3n &= 27\\ n &= 9\end{aligned}$$

なので第 9 項である。

したがって　〈答〉 $\displaystyle 1+4+7+10+\cdots+25 = \sum_{k=1}^{9}(3k-2)$

2　次の和を $\sum$ を使って書き表せ。

(1) $3+7+11+15+\cdots+39$　　(2) $5+3+1+(-1)+\cdots+(-9)$

(3) $1+2+4+8+\cdots+64$　　(4) $1+4+9+16+\cdots+100$