

■ 和の記号 \sum ← 「シグマ」と読みます

例 1
$$\sum_{k=1}^{12} k = 1 + 2 + 3 + \dots + 12$$

例 2
$$\sum_{k=7}^{16} k = 7 + 8 + 9 + \dots + 16$$

例 3
$$\sum_{k=1}^6 k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 6^2$$

例 4
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^5 2^{k+1} &= 2^{1+1} + 2^{2+1} + 2^{3+1} + \dots + 2^{5+1} \\ &= 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^6 \end{aligned}$$

例 5
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^7 3k &= 3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + \dots + 3 \times 7 \\ &= 3 + 6 + 9 + \dots + 21 \text{ まで計算することもある。} \end{aligned}$$

例 6
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} (2k - 1) &= (2 \times 1 - 1) + (2 \times 2 - 1) + (2 \times 3 - 1) + \dots + (2 \times 10 - 1) \\ &= (2 - 1) + (4 - 1) + (6 - 1) + \dots + (20 - 1) \\ &= 1 + 3 + 5 + \dots + 19 \end{aligned}$$

 まで計算することもある。

1 次の和を、 \sum を使わないで書き表せ。

(1) $\sum_{k=1}^7 (2k + 1)$

(2) $\sum_{k=1}^5 (3k - 1)$

(3) $\sum_{k=1}^8 (5k + 4)$

(4) $\sum_{k=1}^9 3 \times 2^k$

(5) $\sum_{k=1}^6 4 \times 5^k$

(6) $\sum_{k=1}^8 (2k - 1)(2k + 1)$

(7) $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{k}$

(8) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k(k+1)}$

例題 3 $1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 25$ を \sum を使って表してみよう。

解 この数列は、初項 1、公差 3 の等差数列なので一般項は

$$a_n = 1 + (n - 1) \times 3 = 1 + 3n - 3 = 3n - 2 \text{ となる。}$$

また、末項の 25 は

$$3n - 2 = 25$$

$$3n = 25 + 2$$

$$3n = 27$$

$$n = 9$$

なので第 9 項である。

したがって $\langle \text{答} \rangle 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 25 = \sum_{k=1}^9 (3k - 2)$

2 次の和を \sum を使って書き表せ。

(1) $(-10) + (-6) + (-2) + \dots + 34$

(2) $30 + 28 + 26 + 24 + \dots + (-8)$

(3) $3 + 6 + 12 + \dots + 192$

(4) $3 + 9 + 27 + \dots + 243$