数学 A　授業プリント＃ 19

年　組　号

氏名

■　和の記号 $\sum$ ←「シグマ」と読みます

例 1　$\displaystyle\sum_{k=1}^{12} k = 1+2+3+\cdots+12$

例 2　$\displaystyle\sum_{k=7}^{16} k = 7+8+9+\cdots+16$

例 3　$\displaystyle\sum_{k=1}^{6} k^2 = 1^2+2^2+3^2+\cdots+6^2$

例 4　$\displaystyle\sum_{k=1}^{5} 2^{k+1} = 2^{1+1}+2^{2+1}+2^{3+1}+\cdots+2^{5+1}$

$= 2^2 + 2^3 + 2^4 + \cdots + 2^6$

例 5　$\displaystyle\sum_{k=1}^{7} 3k = 3\times1+3\times2+3\times3+\cdots+3\times7$

$= 3 + 6 + 9 + \cdots + 21$　まで計算することもある。

例 6　$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}(2k-1) = (2\times1-1)+(2\times2-1)+(2\times3-1)+\cdots+(2\times10-1)$

$= (2-1)+(4-1)+(6-1)+\cdots+(20-1)$

$= 1 + 3 + 5 + \cdots + 19$

まで計算することもある。

1　次の和を，$\sum$ を使わないで書き表せ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7}(2k+1)$　(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(3k-1)$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{8}(5k+4)$　(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{9}3\times2^k$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}4\times5^k$　(6) $\displaystyle\sum_{k=1}^{8}(2k-1)(2k+1)$

(7) $\displaystyle\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{k}$　(8) $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{k(k+1)}$

例題 3　$1+4+7+10+\cdots+25$ を $\sum$ を使って表してみよう。

解　この数列は，初項 1，公差 3 の等差数列なので一般項は

$a_n = 1+(n-1)\times3 = 1+3n-3 = 3n-2$ となる。

また，末項の 25 は

$3n-2=25$

$3n=25+2$

$3n=27$

$n=9$

なので第 9 項である。

したがって　〈答〉 $\displaystyle 1+4+7+10+\cdots+25 = \sum_{k=1}^{9}(3k-2)$

2　次の和を $\sum$ を使って書き表せ。

(1) $(-10)+(-6)+(-2)+\cdots+34$　(2) $30+28+26+24+\cdots+(-8)$

(3) $3+6+12+\cdots+192$　(4) $3+9+27+\cdots+243$