

■ 虚数・複素数

例 1 $x^2 = 4$ の解は $x = 2, -2$ (整数)

例 2 $x^2 = \frac{4}{9}$ の解は $x = \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$ (分数)

例 3 $x^2 = 3$ の解は $x = \sqrt{3}, -\sqrt{3}$ (無理数)

例 4 $x^2 = -3$ の解は？

2乗すると必ず「正の数」または「0」だから例4の解は、今まで習った数の範囲には存在しない。そこで例4にも解があるように、数の範囲を拡張することにする。

まず、2乗すると-1になる新しい数を考え、それを*i*で表す。すなわち

$$i^2 = -1$$

である。この*i*を虚数単位きょすうたんいという。

例題 (1) $\sqrt{-5} = \sqrt{5}i, -\sqrt{-5} = -\sqrt{5}i$

(2) $x^2 = -9$ の解は $x = \pm\sqrt{-9} = \pm\sqrt{9}i = \pm 3i$

※ 計算するときには $\sqrt{-1} = i$ と考えて良い。

1 次の数を*i*を用いて表しなさい。

(1) $\sqrt{-2}$ (2) $\sqrt{-4}$ (2) $-\sqrt{-8}$

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = -5$ (2) $x^2 = -25$

(3) $x^2 - 7 = 0$ (4) $4x^2 + 16 = 0$

$1 + 3i, 2 - \sqrt{5}i$ などの数を複素数ふくそすうという。

複素数と今まで学んできた数との関係は次のようになる。

■ 複素数の計算

複素数の計算では、虚数単位*i*を一般の文字と同じように扱う。ただし、 i^2 は-1に置き換えて計算する。

例題 (1) $(4 - 5i) + (1 + 3i) = (4 + 1) + (-5 + 3)i$
 $= 5 - 2i$

(2) $(4 - 5i) - (1 + 3i) = 4 - 5i - 1 - 3i$
 $= (4 - 1) + (-5 - 3)i$
 $= 3 - 8i$

(3) $(4 - 5i)(1 + 3i) = 4 \times 1 + 4 \times 3i - 5i \times 1 - 5i \times 3i$
 $= 4 + 12i - 5i - 15i^2$
 $= 4 + 12i - 5i - 15 \times (-1)$
 $= 4 + 12i - 5i + 15$
 $= 4 + 15 + 12i - 5i$
 $= 19 + 7i$

3 次の計算をしなさい。

(1) $(7 + 2i) + (3 - 5i)$ (2) $(-3 + 4i) - (1 - 5i)$

(3) $2i(5 - i)$ (4) $(2 + 3i)(7 - 2i)$

(5) $(3 - 5i)(5 - 3i)$ (6) $(2 + 3i)^2$