数学B　ベクトルプリント# 4

年　　組　　号

氏名

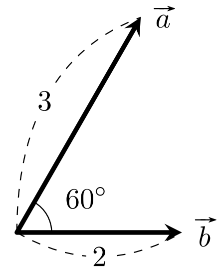
■　ベクトルの内積（その 2）

内積は、次のように決めることもできます。

> **● ベクトルの内積（その 2）**
> $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角度を θ とすると
>
> $$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$$

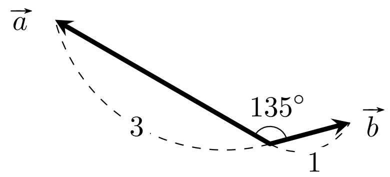
$\boxed{\text{例題 1}}$　右の図のとき

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b}&=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta\\&=3\times2\times\cos60^\circ\\&=3\times2\times\frac{1}{2}\\&=3\quad\boxed{\text{答}}\end{aligned}$$



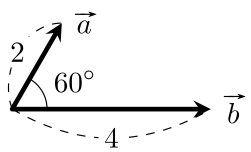
$\boxed{\text{例題 2}}$　右の図のとき

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b}&=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta\\&=3\times1\times\cos135^\circ\\&=3\times1\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\\&=\frac{-3}{\sqrt{2}}\\&=\frac{-3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\quad=\frac{-3\sqrt{2}}{2}\quad\boxed{\text{答}}\end{aligned}$$

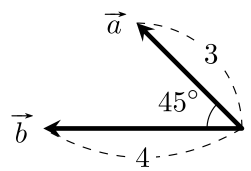


$\boxed{1}$　次の 2 つのベクトルの内積を求めなさい。

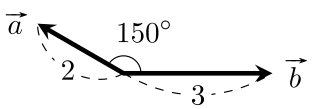
(1)



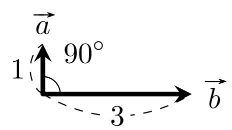
(2)



(3)



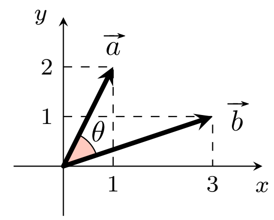
(4)



■　ベクトルのなす角度

内積の公式から、2 つのベクトルの間の角度を求めることができます。

$\boxed{\text{例題 3}}$　$\vec{a}=(1,\ 2)$ と $\vec{b}=(3,\ 1)$ の間の角度 θ を求めなさい。



$\boxed{\text{解答}}$　まずベクトルの内積（その 1）より

$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times3+2\times1=5$ となる。

次に三平方の定理 **斜め**$^2=\bigcirc^2+\triangle^2$ を使って、ベクトルの大きさ $\left|\vec{a}\right|$ を計算すると

$$\left|\vec{a}\right|^2=1^2+2^2$$

$$\left|\vec{a}\right|^2=\quad5$$

$$\sqrt{\left|\vec{a}\right|^2}=\pm\sqrt{5}$$

$\left|\vec{a}\right|>0$ なので　$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{5}$　となる。

同様に $\left|\vec{b}\right|^2=3^2+1^2$ より $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{10}$ になる。

よってベクトルの内積（その 2）に代入して

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta$$

$$5=\sqrt{5}\times\sqrt{10}\times\cos\theta$$

$$5=\sqrt{5\times10}\times\cos\theta$$

$$\frac{5}{\sqrt{5\times10}}=\cos\theta$$

$$\frac{5}{\sqrt{5\times2\times5}}=\cos\theta$$

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{2}}=\cos\theta$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos\theta$$

このようになる角度を考えると　$\theta=45^\circ$　$\boxed{\text{答}}$

$\boxed{2}$　次のベクトルのなす角度を求めなさい。

(1)　$\vec{a}=(1,\ \sqrt{3}),\ \vec{b}=(2,\ 0)$

(2)　$\vec{a}=(2,\ -3),\ \vec{b}=(-5,\ 1)$

(3)　$\vec{a}=(1,\ 2),\ \vec{b}=(2,\ 4)$

(4)　$\vec{a}=(3,\ 4),\ \vec{b}=(-4,\ 3)$

ベクトルプリント#4 $\boxed{1}$ (1) 4 (2) $6\sqrt{2}$ (3) $-3\sqrt{3}$ (4) 0 $\boxed{2}$ (1) 60° (2) 135° (3) 0° (4) 90°