

氏名 _____

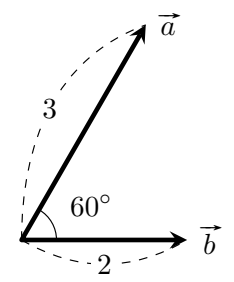
■ ベクトルの内積 (その2)

内積は、次のように決めることもできます。

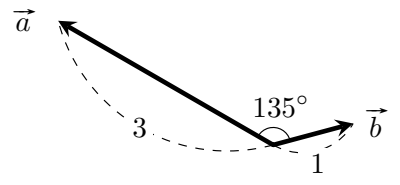
● **ベクトルの内積 (その2)**
 \vec{a} と \vec{b} のなす角度を θ とすると

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

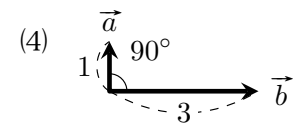
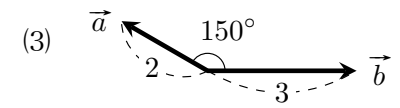
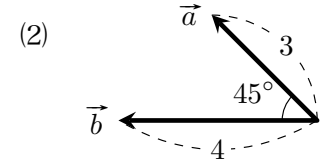
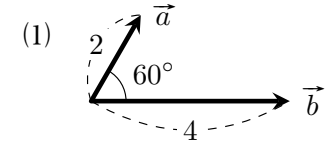
例題1 右の図のとき $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$
 $= 3 \times 2 \times \cos 60^\circ$
 $= 3 \times 2 \times \frac{1}{2}$
 $= 3$ 答



例題2 右の図のとき $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$
 $= 3 \times 1 \times \cos 135^\circ$
 $= 3 \times 1 \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
 $= \frac{-3}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{-3 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}$ 答



1 次の2つのベクトルの内積を求めなさい。



■ ベクトルのなす角度

内積の公式から、2つのベクトルの間の角度を求めることができます。

例題3 $\vec{a} = (1, 2)$ と $\vec{b} = (3, 1)$ の間の角度 θ を求めなさい。

解答 まずベクトルの内積 (その1) より
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 3 + 2 \times 1 = 5$ となる。

次に三平方の定理 $\text{斜め}^2 = \text{ひし}^2 + \text{たて}^2$ を使って、ベクトルの大きさ $|\vec{a}|$ を計算すると

$$|\vec{a}|^2 = 1^2 + 2^2$$

$$|\vec{a}|^2 = 5$$

$$\sqrt{|\vec{a}|^2} = \pm\sqrt{5}$$

$|\vec{a}| > 0$ なので $|\vec{a}| = \sqrt{5}$ となる。

同様に $|\vec{b}|^2 = 3^2 + 1^2$ より $|\vec{b}| = \sqrt{10}$ になる。

よってベクトルの内積 (その2) に代入して

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

$$5 = \sqrt{5} \times \sqrt{10} \times \cos \theta$$

$$5 = \sqrt{5 \times 10} \times \cos \theta$$

$$\frac{5}{\sqrt{5 \times 10}} = \cos \theta$$

$$\frac{5}{\sqrt{5 \times 2 \times 5}} = \cos \theta$$

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{5} \sqrt{2}} = \cos \theta$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \theta$$

このようになる角度を考えると $\theta = 45^\circ$ 答

2 次のベクトルのなす角度を求めなさい。

(1) $\vec{a} = (1, \sqrt{3}), \vec{b} = (2, 0)$

(2) $\vec{a} = (2, -3), \vec{b} = (-5, 1)$

(3) $\vec{a} = (1, 2), \vec{b} = (2, 4)$

(4) $\vec{a} = (3, 4), \vec{b} = (-4, 3)$

