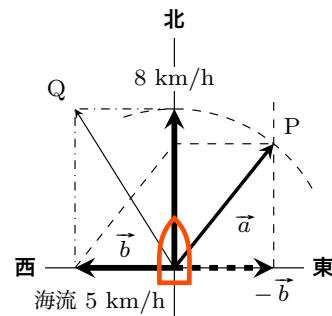


氏名 _____

ベクトルの考えが役立つ例として、次のような問題を説明すればベクトルの有用性が分かってもらえるだろうか？

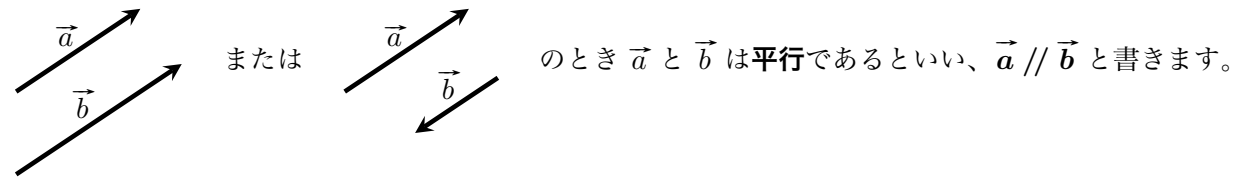
問題 時速 8 km で進む船が、東から西へ時速 5 km の海流がある海で北に向かうためには、どの方向に進めばよいか。

解答 船が北に進むと、海流のために Q 方向に流されてしまう。船が進むベクトルを \vec{a} とし、海流のベクトルを \vec{b} とすると $\vec{a} + \vec{b}$ が北方向となるような P 方向に進む必要がある。これは東から北へ約 51° の方向となる。



同様に、惑星に探査衛星を打ち上げるときも地球や惑星の重力も考えて軌道を計算する必要があり、ベクトルは大活躍している。

■ ベクトルの平行条件



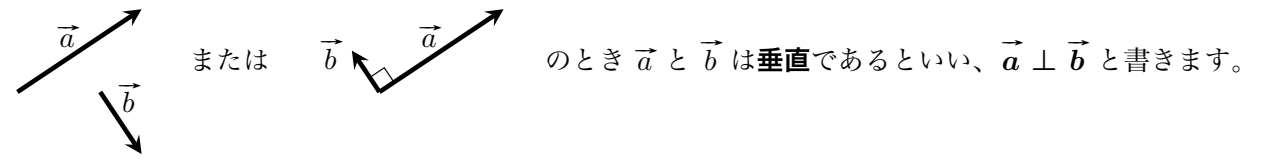
\vec{a} と \vec{b} が平行のときは、2つのベクトルのなす角は 0° または 180° です。

● ベクトルの平行条件
 $\vec{a} // \vec{b} \iff \vec{b} = \star \vec{a}$ となる数字 \star がある

例題 1 $\vec{a} = (2, 3), \vec{b} = (8, 12)$ のとき
 $\vec{b} = 4\vec{a}$ となるので (だって $4 \times 2 = 8, 4 \times 3 = 12$ なんだもん!)
 \vec{a} と \vec{b} は平行です。

1 次の2つのベクトルは平行か、平行でないか調べなさい。
 (1) $\vec{a} = (2, 5), \vec{b} = (6, 15)$ (2) $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (5, 10)$

■ ベクトルの垂直条件



\vec{a} と \vec{b} が垂直のときは、2つのベクトルのなす角は 90° なので内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ になります。

● ベクトルの垂直条件
 $\vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

【復習】内積 (その1)
 $\vec{a} = (\star, \blacktriangle), \vec{b} = (\bullet, \blacksquare)$ のとき
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \star \times \bullet + \blacktriangle \times \blacksquare$

【復習】内積 (その2)
 \vec{a} と \vec{b} のなす角度を θ とすると
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$

例題 1 $\vec{a} = (2, 3), \vec{b} = (-6, 4)$ のとき

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= 2 \times (-6) + 3 \times 4 \\ &= -12 + 12 \\ &= 0 \end{aligned}$$

よって \vec{a} と \vec{b} は垂直です。

2 次の2つのベクトルは垂直か、垂直でないか調べなさい。
 (1) $\vec{a} = (2, 3), \vec{b} = (-1, 1)$ (2) $\vec{a} = (-6, 4), \vec{b} = (8, 12)$

3 次の2つのベクトルが垂直となるように x の値を決めなさい。
 (1) $\vec{a} = (1, -3), \vec{b} = (x, 2)$ (2) $\vec{a} = (-4, 3), \vec{b} = (9, x)$

(3) $\vec{a} = (x+2, -6), \vec{b} = (3, 2)$ (4) $\vec{a} = (x, 4), \vec{b} = (x, 2x+3)$