

② $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ を使って、次の式を展開しなさい。

(1) $(a + b + 2)^2$

(2) $(a + 2b - 1)^2$

■ (置き換えを使った) 展開

展開の問題はコツコツ計算すれば答えは出る。時間があるならコツコツするとよい。

例1 $(x - y + 2)(x - y - 2)$ を展開しなさい。

解答 $x - y = A$ とおくと $(A + 2)(A - 2)$ となるので中学校でならった $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ の公式が利用できる。

$$\begin{aligned} & (x - y + 2)(x - y - 2) && x - y = A \text{ とおく} \\ = & (A + 2)(A - 2) && (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ の公式が使える} \\ = & A^2 - 2^2 \\ = & A^2 - 4 && x - y = A \text{ を元に戻す} \\ = & (x - y)^2 - 4 && (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ の公式を使うかコツコツ計算する} \\ = & x^2 - 2xy + y^2 - 4 \quad \text{答} \end{aligned}$$

① 次の式を展開しなさい。

(1) $(x + y + 3)(x + y - 3)$ (2) $(x + y - 5)(x + y + 2)$

(3) $(x + y)(x + y - z)$

例2 $(a + b + c)^2$ を展開しなさい。 余力があれば公式として暗記すると便利
(無理ならやめましょう)

解答 $a + b = A$ とおくと $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ の公式が利用できるので、計算が少し楽になる。

$$\begin{aligned} & (a + b + c)^2 \\ = & (A + c)^2 && (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \text{ の公式が使える} \\ = & A^2 + 2Ac + c^2 \\ = & (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 \\ = & a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \quad \text{答} && (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ の公式が使える} \\ = & a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \quad \text{答} && \leftarrow \text{教科書などではコレが答えになっている} \end{aligned}$$

■ (置き換えを使った) 因数分解

例3 $(x + y)^2 + 8(x + y) + 7$ を因数分解しなさい。

解答 $x + y = A$ とおくと $A^2 + 8A + 7$ となるので中学校で習った因数分解が使える。
(分かりにくい人は $x^2 + 8x + 7$ だと思った方がよい。どちらの x なのか分かりにくいので、あまり良くないけど…)

$$\begin{aligned} & (x + y)^2 + 8(x + y) + 7 && x + y = A \text{ とおく} \\ = & A^2 + 8A + 7 && \text{因数分解する} \\ = & (A + 1)(A + 7) && x + y = A \text{ を元に戻す} \\ = & (x + y + 1)(x + y + 7) \quad \text{答} \end{aligned}$$

③ 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x + y)^2 + 3(x + y) - 18$

(2) $(x - 2y)^2 - 5(x - 2y) - 6$

■ (最低次数の文字について整理する) 因数分解

例 4 $a^2 + ab + a + 2b - 2$ を因数分解しなさい。

解答 わけの分からない因数分解は**最低次数の文字について整理**する問題だ！

$$\begin{aligned} & a^2 + ab + a + 2b - 2 \\ &= ab + 2b + a^2 + a - 2 \\ &= (a + 2)b + (a^2 + a - 2) \\ &= (a + 2)b + (a + 2)(a - 1) \\ &= X \cdot b + X \cdot (a - 1) \\ &= X \cdot (b + (a - 1)) \\ &= (a + 2)(a + b - 1) \quad \square \end{aligned}$$

【 a の 2 次式】《 b の 1 次式》なので b について整理

$$a^2 + a - 2 = (a + 2)(a - 1) \text{ 因数分解}$$

$$a + 2 = X \text{ とおく}$$

$$a + 2 = X \text{ を元に戻す}$$

4 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^2 + ab + a - b - 2$

(2) $ab - b^2 + a - 3b - 2$

■ 2 段たすきがけ

例 5 $6x^2 - 2y^2 + xy - 5x - y + 1$ を因数分解しなさい。

解答 たすきがけを 2 回する。※難しい問題です

$$\begin{aligned} & 6x^2 - 2y^2 + xy - 5x - y + 1 \\ &= 6x^2 + xy - 5x - 2y^2 - y + 1 \\ &= 6x^2 + (y - 5)x - (2y^2 + y - 1) \\ &= 6x^2 + (y - 5)x - (2y - 1)(y + 1) \\ &= (2x - (y + 1))(3x + (2y - 1)) \\ &= (2x - y - 1)(3x + 2y - 1) \quad \square \end{aligned}$$

x の降べきの順に整理

$2y^2 + y - 1$ をたすきがけ

2 回目のたすきがけ

5 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + y^2 + 2xy + 5x + 5y + 6$

(2) $2x^2 + y^2 + 3xy - 5x - 2y - 3$