

氏名 _____

■ 2次関数の決定 (頂点が分かるとき)

$$y = \square (x - \star)^2 + \triangle \quad \text{のグラフの頂点は} \quad (\star, \triangle) \text{ だ!}$$

$$y = a(x - p)^2 + q \quad \text{のグラフの頂点は} \quad (p, q) \text{ だ!}$$

例1 グラフが(4, 2)を頂点とし、(2, -6)を通る放物線となるような2次関数を求めなさい。

解答 (4, 2)を頂点とする2次関数は

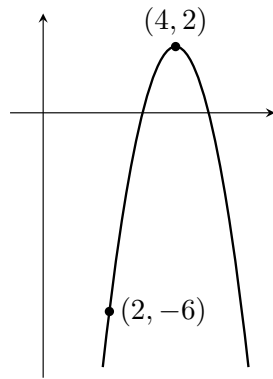
$$y = a(x - 4)^2 + 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

となる。

次に【(2, -6)を通る】とは $x = 2$ のとき $y = -6$ になるということなので①に代入して

$$\begin{aligned} -6 &= a(2 - 4)^2 + 2 \\ -6 &= a(-2)^2 + 2 \\ -6 &= 4a + 2 \\ -4a &= 8 \\ a &= -2 \end{aligned}$$

$a = -2$ を①に代入して 答 $y = -2(x - 4)^2 + 2$



1 グラフが次のような放物線となる2次関数を求めなさい。

- (1) (5, -9)を頂点とし、(3, -5)を通る (2) (-2, 2)を頂点とし、(1, 20)を通る

■ 2次関数の決定 (軸が分かるとき)

$$y = \square (x - \star)^2 + \triangle \quad \text{のグラフの軸は} \quad x = \star \text{ だ!}$$

$$y = a(x - p)^2 + q \quad \text{のグラフの軸は} \quad x = p \text{ だ!}$$

例2 グラフが $x = -2$ を軸とし、2点(-1, -3), (-4, 0)を通る放物線となるような2次関数を求めなさい。

解答 $x = -2$ を軸とする2次関数は

$$y = a(x - (-2))^2 + q$$

$$\text{となる。} \quad y = a(x + 2)^2 + q \quad \cdots \textcircled{0}$$

次に【(-1, -3)を通る】とは $x = -1$ のとき $y = -3$ になるということなので①に代入して

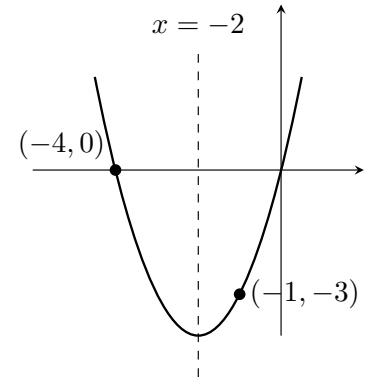
$$\begin{aligned} -3 &= a(-1 + 2)^2 + q \\ -3 &= a + q \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

同様に【(-4, 0)を通る】とは $x = -4$ のとき $y = 0$ になるということなので①に代入して

$$\begin{aligned} 0 &= a(-4 + 2)^2 + q \\ 0 &= 4a + q \quad \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

連立方程式 $\begin{cases} a + q = -3 & \cdots \textcircled{1} \\ 4a + q = 0 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ を解くと $a = 1, q = -4$ となるので

①に代入して 答 $y = (x + 2)^2 - 4$



2 グラフが $x = 4$ を軸とし、2点(2, -3), (3, 0)を通る放物線となるような2次関数を求めなさい。

■ 2次関数の決定 (通る点が3つ分かるとき)

2次関数の一般形は $y = \square x^2 + \bigcirc x + \odot$ だ!

2次関数の一般形は $y = ax^2 + bx + c$ だ!

例1 グラフが3点 $(1, 4)$, $(-1, -4)$, $(-2, -2)$ を通る放物線となるような2次関数を求めなさい。

解答 頂点や軸が分からず手掛かりが全くない。仕方がないので $y = ax^2 + bx + c$ …①とおく。

【 $(1, 4)$ を通る】とは $x = 1$ のとき $y = 4$ になるということなので①に代入して

$$\begin{aligned} 4 &= a \times 1^2 + b \times 1 + c \\ 4 &= a + b + c \quad \cdots \text{①} \end{aligned}$$

【 $(-1, -4)$ を通る】とは $x = -1$ のとき $y = -4$ になるということなので①に代入して

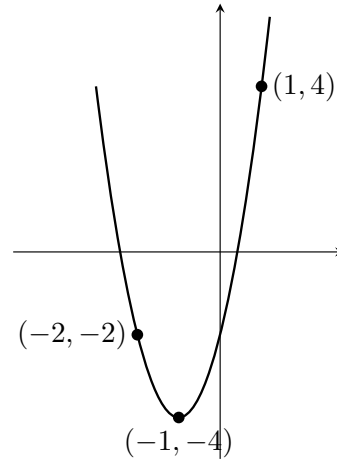
$$\begin{aligned} -4 &= a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c \\ -4 &= a - b + c \quad \cdots \text{②} \end{aligned}$$

【 $(-2, -2)$ を通る】とは $x = -2$ のとき $y = -2$ になるということなので①に代入して

$$\begin{aligned} -2 &= a \times (-2)^2 + b \times (-2) + c \\ -2 &= 4a - 2b + c \quad \cdots \text{③} \end{aligned}$$

連立方程式 $\begin{cases} a + b + c = 4 \quad \cdots \text{①} \\ a - b + c = -4 \quad \cdots \text{②} \\ 4a - 2b + c = -2 \quad \cdots \text{③} \end{cases}$ を解くと $a = 2$, $b = 4$, $c = -2$ となるので

①に代入して 答 $y = -2x^2 + 4x - 2$



3 グラフが次の3点を通る放物線となるような2次関数を求めなさい。

(1) $(0, 1)$, $(-2, -9)$, $(1, 3)$

(2) $(-2, 1)$, $(1, 10)$, $(2, 25)$