

■ 式へ値を代入

例1 $P(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 7$ のとき

$$\begin{aligned} P(2) &= \text{【式の } x \text{ の所に } 2 \text{ を入れて計算しなさい】 という意味です} \\ &= 2^3 - 5 \times 2^2 + 3 \times 2 + 7 \\ &= 8 - 20 + 6 + 7 \\ &= 1 \quad \square \end{aligned}$$

1 $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5$ のとき、次の値を求めなさい。

(1) $P(1)$ (2) $P(2)$

(3) $P(-1)$ (4) $P(4)$

■ 因数定理

整式 $P(x)$ について

- $x = 3$ を入れると 0 になる \iff 整式 $P(x)$ は $x - 3$ で割り切れる
- $x = 1$ を入れると 0 になる \iff 整式 $P(x)$ は $x - 1$ で割り切れる
- $x = -2$ を入れると 0 になる \iff 整式 $P(x)$ は $x + 2$ で割り切れる
- $x = 2$ を入れると 0 にならない \iff 整式 $P(x)$ は $x - 2$ で割り切れない

例2 (1) $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$ に $x = 2$ を代入すると

$$P(2) = 2^3 - 2^2 - 3 \times 2 + 2 = 8 - 4 - 6 + 2 = 0$$

となるので $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$ は $x - 2$ で割り切れる。

(2) $P(x) = x^3 - 7x - 6$ に $x = -1$ を代入すると

$$P(-1) = (-1)^3 - 7 \times (-1) - 6 = -1 + 7 - 6 = 0$$

となるので $P(x) = x^3 - 7x - 6$ は $x + 1$ で割り切れる。

(3) $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ に $x = 3$ を代入すると

$$P(3) = 3^3 + 3^2 - 4 \times 3 - 4 = 27 + 9 - 12 - 4 = 20 \neq 0$$

となるので $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ は $x - 3$ で割り切れない。

2 次の式の中で $P(x) = 2x^3 + x^2 - 4x - 3$ を割り切れるものをすべて選びなさい。

(ア) $x - 1$ (イ) $x - 2$

(ウ) $x + 1$ (エ) $x + 3$

3 次の式の中で $P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ を割り切れるものをすべて選びなさい。

(ア) $x - 1$ (イ) $x - 2$

(ウ) $x + 1$ (エ) $x + 3$

■ 高次方程式

氏名 _____

例1 $x^3 - 13x + 12 = 0$ を解きなさい。

考え方 まず x の所に $1, 2, 3, -1, -2, -3 \dots$ などを入れて $= 0$ となるものを見つける。

見つかったら因数が分かるので (※もし 3 を入れたとき $= 0$ になるなら $x - 3$ で割り切れることが分かる)、実際に割り算する。

解 $x = 1$ を入れると

$$\begin{aligned} P(1) &= x^3 - 13x + 12 \\ &= 1^3 - 13 \times 1 + 12 \\ &= 1 - 13 + 12 \\ &= 0 \end{aligned}$$

② $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$ を解きなさい。

となるので $x - 1$ で割り切れることが分かる。だから実際にわり算する。

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 12 \\ x - 1 \overline{) x^3 - 13x + 12} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 - 13x \\ \underline{x^2 - x} \\ -12x + 12 \\ \underline{-12x + 12} \\ 0 \end{array}$$

よって $x^3 - 13x + 12 = (x - 1)(x^2 + x - 12)$ となることが分かる。

$x^2 + x - 12$ の部分はさらに $x^2 + x - 12 = (x - 3)(x + 4)$ と因数分解できるので、最終的には

$$x^3 - 13x + 12 = (x - 1)(x^2 + x - 12) = (x - 1)(x - 3)(x + 4) \text{ となる。}$$

よって $(x - 1)(x - 3)(x + 4) = 0$ を解いて

〈答〉 $x = 1, 3, -4$

③ $2x^3 - x^2 - 9x + 2 = 0$ を解きなさい (解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ を使います)