

■ 式へ値を代入

例1  $P(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 7$  のとき

$$\begin{aligned} P(2) &= \text{【式の } x \text{ の所に } 2 \text{ を入れて計算しなさい】 という意味です} \\ &= 2^3 - 5 \times 2^2 + 3 \times 2 + 7 \\ &= 8 - 20 + 6 + 7 \\ &= 1 \end{aligned}$$

1  $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5$  のとき、次の値を求めなさい。

(1)  $P(1)$  (2)  $P(2)$

(3)  $P(-1)$  (4)  $P(4)$

■ 因数定理

整式  $P(x)$  について

- $x = 3$  を入れると 0 になる  $\iff$  整式  $P(x)$  は  $x - 3$  で割り切れる
- $x = 1$  を入れると 0 になる  $\iff$  整式  $P(x)$  は  $x - 1$  で割り切れる
- $x = -2$  を入れると 0 になる  $\iff$  整式  $P(x)$  は  $x + 2$  で割り切れる
- $x = 2$  を入れると 0 にならない  $\iff$  整式  $P(x)$  は  $x - 2$  で割り切れない

例2 (1)  $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$  に  $x = 2$  を代入すると

$$P(2) = 2^3 - 2^2 - 3 \times 2 + 2 = 8 - 4 - 6 + 2 = 0$$

となるので  $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$  は  $x - 2$  で割り切れる。

(2)  $P(x) = x^3 - 7x - 6$  に  $x = -1$  を代入すると

$$P(-1) = (-1)^3 - 7 \times (-1) - 6 = -1 + 7 - 6 = 0$$

となるので  $P(x) = x^3 - 7x - 6$  は  $x + 1$  で割り切れる。

(3)  $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$  に  $x = 3$  を代入すると

$$P(3) = 3^3 + 3^2 - 4 \times 3 - 4 = 27 + 9 - 12 - 4 = 20 \neq 0$$

となるので  $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$  は  $x - 3$  で割り切れない。

2 次の式の中で  $P(x) = 2x^3 + x^2 - 4x - 3$  を割り切れるものをすべて選びなさい。

(ア)  $x - 1$  (イ)  $x - 2$

(ウ)  $x + 1$  (エ)  $x + 3$

3 次の式の中で  $P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$  を割り切れるものをすべて選びなさい。

(ア)  $x - 1$  (イ)  $x - 2$

(ウ)  $x + 1$  (エ)  $x + 3$

■ 高次方程式

氏名 \_\_\_\_\_

例 1  $x^3 - 13x + 12 = 0$  を解きなさい。

考え方 まず  $x$  の所に 1, 2, 3, -1, -2, -3... などを入れて = 0 となるものを見つける。

見つかったら因数が分かるので (※もし 3 を入れたとき=0 になるなら  $x - 3$  で割り切れることが分かる)、実際に割り算する。

解  $x = 1$  を入れると

$$\begin{aligned} P(1) &= x^3 - 13x + 12 \\ &= 1^3 - 13 \times 1 + 12 \\ &= 1 - 13 + 12 \\ &= 0 \end{aligned}$$

②  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$  を解きなさい。

となるので  $x - 1$  で割り切れることが分かる。だから実際にわり算する。

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 12 \\ x - 1 \overline{) x^3 - 13x + 12} \\ \underline{x^3 - x^2} \phantom{+ 12} \\ x^2 - 13x \phantom{+ 12} \\ \underline{x^2 - x} \phantom{+ 12} \\ -12x + 12 \\ \underline{-12x + 12} \\ 0 \end{array}$$

よって  $x^3 - 13x + 12 = (x - 1)(x^2 + x - 12)$  となることが分かる。

$x^2 + x - 12$  の部分はさらに  $x^2 + x - 12 = (x - 3)(x + 4)$  と因数分解できるので、最終的には

$$x^3 - 13x + 12 = (x - 1)(x^2 + x - 12) = (x - 1)(x - 3)(x + 4) \text{ となる。}$$

よって  $(x - 1)(x - 3)(x + 4) = 0$  を解いて

〈答〉  $x = 1, 3, -4$

③  $2x^3 - x^2 - 9x + 2 = 0$  を解きなさい。