

(1)  $x^3 + 1 = 0$

(2)  $x^3 - 27 = 0$

■ 高次方程式 (共通因数/公式を使って/置き換え)

氏名 \_\_\_\_\_

例1  $x^3 + 5x^2 - 6x = 0$  を解きなさい。

解答  $x^3 + 5x^2 - 6x = 0$   $x$  でくくる  
 $x(x^2 + 5x - 6) = 0$   $x^2 + 5x - 6$  を因数分解  
 $x(x - 1)(x + 6) = 0$

$x = 0$  または  $x - 1 = 0$  または  $x + 6 = 0$

$x = 0$  または  $x = 1$  または  $x = -6$

まとめると  $x = 0, 1, -6$  答

① 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^3 + x^2 - 6x = 0$

(2)  $x^3 - 11x^2 + 18x = 0$

例2  $x^3 - 8 = 0$  を解きなさい。

解答  $x^3 - 8 = x^3 - 2^3$  なので、公式を使って因数分解ができる。

$x^3 - 8 = 0$

$x^3 - 2^3 = 0$  公式  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  を使って因数分解  
 $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$   $x^2 + 2x + 4 = 0$  は因数分解できないので解の公式で解く

$x - 2 = 0$  または  $x^2 + 2x + 4 = 0$

$x = 2$  または  $x^2 + 2x + 4 = 0$

解の公式を使って

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}i}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}i}{2} = \frac{2(-1 \pm \sqrt{3}i)}{2} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

まとめると  $x = 2, -1 \pm \sqrt{3}i$  答

例3  $x^4 - x^2 - 6 = 0$  を解きなさい。

解答  $x^2 = X$  と置き換えて因数分解する。

$(x^2)^2 - x^2 - 6 = 0$

$X^2 - X - 6 = 0$   $X$  の式が分かりにくければ  $x^2 - x - 6$  と思ってよい

$(X - 3)(X + 2) = 0$  因数分解

$(x^2 - 3)(x^2 + 2) = 0$  元に戻す

$x^2 - 3 = 0$  または  $x^2 + 2 = 0$

$x^2 = 3$  または  $x^2 = -2$

$x = \pm\sqrt{3}$  または  $x = \pm\sqrt{-2}$

$x = \pm\sqrt{3}$  または  $x = \pm\sqrt{2}i$

まとめると  $x = \pm\sqrt{3}, \pm\sqrt{2}i$  答

③ 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^4 - 4x^2 = 0$

(2)  $x^4 + 4x^2 - 21 = 0$