

氏名 \_\_\_\_\_

■ 円の方程式

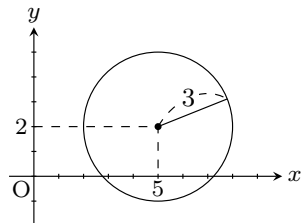
(☆, ★) が中心で、半径○の円の方程式は  

$$(x - ☆)^2 + (y - ★)^2 = ○^2$$

例1 (5, 2) が中心で、半径 3 の円の方程式は

$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$$

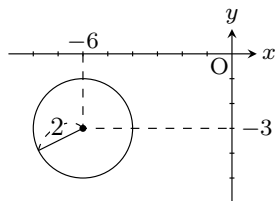
$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 9 \quad \text{答}$$



例2 (-6, -3) が中心で、半径 2 の円の方程式は

$$(x - (-6))^2 + (y - (-3))^2 = 2^2$$

$$(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 4 \quad \text{答}$$



1 次の円の方程式を求めなさい。

(1) 中心が (7, 4), 半径が 3

(2) 中心が (-2, 6), 半径が 4

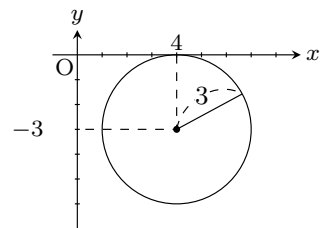
(3) 中心が (-1, -1), 半径が 1

(4) 中心が (0, 0), 半径が  $\sqrt{3}$

例3  $(x - 4)^2 + (x + 3)^2 = 9$  は

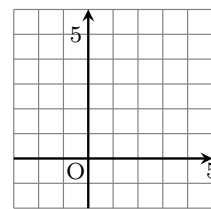
$$(x - 4)^2 + (x - (-3))^2 = 3^2$$

となるので、中心が (4, -3) で半径が 3 の円を表す。

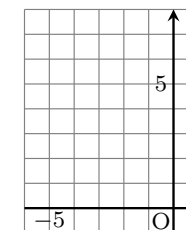


2 次の方程式で表される図形をかきなさい。

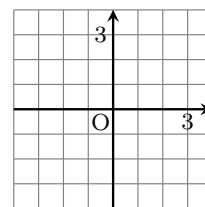
(1)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$



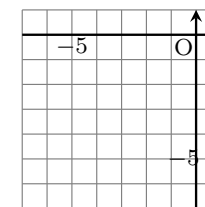
(2)  $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$



(3)  $x^2 + y^2 = 16$



(4)  $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$



例3 (-1, -3), (5, -5) を直径とする円の方程式を求めなさい。

解答 (-1, -3), (5, -5) の中点が円の中心となる。中点は 1 : 1 に内分する点だから

$$\left( \frac{-1 + 5}{2}, \frac{-3 + (-5)}{2} \right) = (2, -4)$$

また中心 (2, -4) と (5, -5) の距離が円の半径となるので

$$\text{半径}^2 = 1^2 + 3^2$$

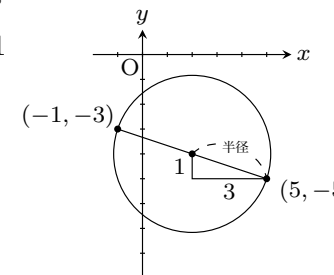
$$\text{半径}^2 = 10$$

$$\sqrt{\text{半径}^2} = \pm \sqrt{10}$$

$$\text{半径} > 0 \text{ なので } \text{半径} = \sqrt{10}$$

よって答えは中心 (2, -4) で、半径  $\sqrt{10}$  の円となるので

$$(x - 2)^2 + (y - (-4))^2 = \sqrt{10}^2 \quad \text{答} \quad (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 10$$



3 (1, 2), (3, 10) を直径とする円の方程式を求めなさい。

$$\left( \frac{1+3}{2}, \frac{2+10}{2} \right) = (2, 6)$$

$$\left( \frac{1-3}{2}, \frac{2-10}{2} \right) = (-1, -4)$$

(3)  $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 25 = 0$

(4)  $x^2 + y^2 + 2x + 14y + 41 = 0$

(☆, ★) が中心で、半径○の円の方程式は  
 $(x - ☆)^2 + (y - ★)^2 = ○^2$

氏名 \_\_\_\_\_

■  $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$  の形で表される円

数学Ⅰのとき学んだ「平方完成」ができるかな？

$$\begin{aligned} & x^2 + 8x - 7 \\ &= (x^2 + 8x) - 7 \\ &= ((x + 4)^2 - 4^2) - 7 \\ &= (x + 4)^2 - 16 - 7 \\ &= (x + 4)^2 - 23 \quad \square \end{aligned}$$

(5)  $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 46 = 0$

(6)  $x^2 + y^2 - 4y - 32 = 0$

今日の問題は「平方完成」を、 $x, y$  それぞれについてやればいだけだ。ということは「平方完成」ができない人は解くのが無理ということだ。数学が苦手な人はパスしたほうがよい。

例題  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$  はどんな図形を表すか。

解答

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \\ & x^2 - 4x + y^2 + 6y - 12 = 0 \\ & (x - 2)^2 - 2^2 + (y + 3)^2 - 3^2 - 12 = 0 \\ & (x - 2)^2 - 4 + (y + 3)^2 - 9 - 12 = 0 \\ & (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4 + 9 + 12 \\ & (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25 \\ & (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5^2 \end{aligned}$$

よって、この式は中心が  $(2, -3)$  で、半径が 5 の円を表す。

1 次の式はどんな図形を表すか。

(1)  $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 8 = 0$

(2)  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$

(7)  $x^2 - 16x + y^2 = 0$

(8)  $x^2 + y^2 - 3x + y + \frac{3}{2} = 0$  ← 難しい

■ 円の方程式

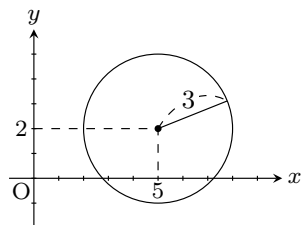
(☆, ★) が中心で、半径○の円の方程式は  

$$(x - ☆)^2 + (y - ★)^2 = ○^2$$

例1 (5, 2) が中心で、半径 3 の円の方程式は

$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 3^2$$

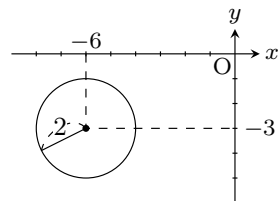
$$(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 9 \quad \text{答}$$



例2 (-6, -3) が中心で、半径 2 の円の方程式は

$$(x - (-6))^2 + (y - (-3))^2 = 2^2$$

$$(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 4 \quad \text{答}$$



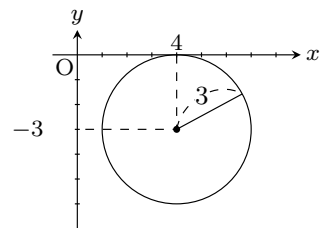
1 次の円の方程式を求めなさい。

- (1) 中心が (7, 4), 半径が 3
- (2) 中心が (-2, 6), 半径が 4
- (3) 中心が (-1, -1), 半径が 1
- (4) 中心が (0, 0), 半径が  $\sqrt{3}$

例3  $(x - 4)^2 + (x + 3)^2 = 9$  は

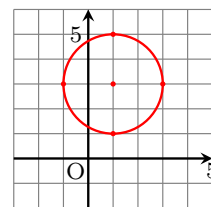
$$(x - 4)^2 + (x - (-3))^2 = 3^2$$

となるので、中心が (4, -3) で半径が 3 の円を表す。

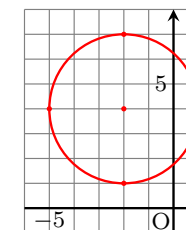


2 次の方程式で表される図形をかきなさい。

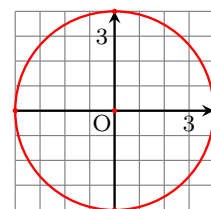
(1)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$



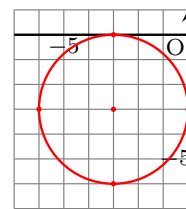
(2)  $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$



(3)  $x^2 + y^2 = 16$



(4)  $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$



例3 (-1, -3), (5, -5) を直径とする円の方程式を求めなさい。

解答 (-1, -3), (5, -5) の中点が円の中心となる。中点は 1 : 1 に内分する点だから

$$\left( \frac{-1 + 5}{2}, \frac{-3 + (-5)}{2} \right) = (2, -4)$$

また中心 (2, -4) と (5, -5) の距離が円の半径となるので

$$\text{半径}^2 = 1^2 + 3^2$$

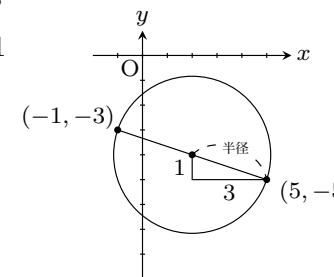
$$\text{半径}^2 = 10$$

$$\sqrt{\text{半径}^2} = \pm \sqrt{10}$$

$$\text{半径} > 0 \text{ なので } \text{半径} = \sqrt{10}$$

よって答えは中心 (2, -4) で、半径  $\sqrt{10}$  の円となるので

$$(x - 2)^2 + (y - (-4))^2 = \sqrt{10}^2 \quad \text{答} \quad (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 10$$



3 (1, 2), (3, 10) を直径とする円の方程式を求めなさい。

$$\left( \frac{1+3}{2}, \frac{2+10}{2} \right) = (2, 6)$$

$$\sqrt{\left( \frac{3-1}{2} \right)^2 + \left( \frac{10-2}{2} \right)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$