数学Ⅱ　改訂版プリント＃ 25

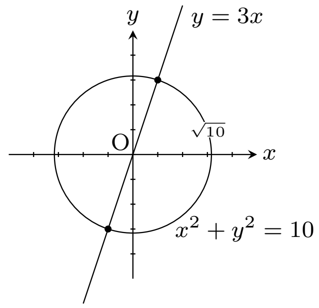
年　組　号

氏名

■ 円と直線の共有点

例 1　$x^2+y^2=10$ と $y=3x$ の共有点の座標を求めなさい。

解答　連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=10 \cdots ① \\ y=3x \cdots ② \end{cases}$ を解けば良い。



②を①に代入すると

$$\begin{aligned} x^2+(3x)^2 &= 10 \\ x^2+9x^2 &= 10 \\ 10x^2 &= 10 \\ x^2 &= 1 \\ \sqrt{x^2} &= \pm\sqrt{1} \\ x &= \pm 1 \end{aligned}$$

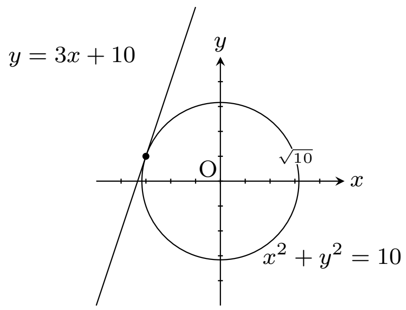
$x=1$ のとき②に代入して $y=3x=3\times 1=3$

$x=-1$ のとき②に代入して $y=3x=3\times(-1)=-3$

よって共有点は　答　$(1,3),\ (-1,-3)$

例 2　$x^2+y^2=10$ と $y=3x+10$ の共有点の座標を求めなさい。

解答　連立方程式 $\begin{cases} x^2+y^2=10 \cdots ① \\ y=3x+10 \cdots ② \end{cases}$ を解けば良い。



②を①に代入すると

$$\begin{aligned} x^2+(3x+10)^2 &= 10 \\ x^2+9x^2+60x+100 &= 10 \\ 10x^2+60x+90 &= 0 \\ x^2+6x+9 &= 0 \\ (x+3)^2 &= 0 \\ x+3 &= 0 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

← **解の公式で解くと**

解の公式で解くと　$x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times9}}{2\times1}$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{0}}{2}=\frac{-6}{2}=-3$$

$x=-3$ のとき②に代入して $y=3x+10=3\times(-3)+10=1$

よって共有点は　答　$(-3,1)$

1　次の円と直線の共有点の座標を求めなさい。

(1)　$x^2+y^2=2,\ \ y=x$

(2)　$x^2+y^2=5,\ \ y=2x+5$

(3)　$x^2+y^2=10,\ \ y=-x-2$

(4)　$x^2+y^2=2,\ \ y=x+2$

(5)　$x^2+y^2=1,\ \ y=x+1$

(6)　$x^2+y^2=25,\ \ y=2x-5$

(7)　$x^2+y^2=5,\ \ y=3x+1$
↑分数が出る

(8)　$x^2+y^2-10x+2y+1=0, x-2y-2=0$
↑難しい

改訂版プリント#26 1　(1) なし (2) 1個 (3) 2個 (4) なし (5) 2個 (6) 1個

数学Ⅱ　改訂版プリント# 26　　　年　　組　　号

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

■ 円と直線の位置関係

■　2 次方程式の解の公式

$ax^2+bx+c=0$ の解は　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ である。

$ax^2+bx+c=0$ において、判別式 $D=b^2-4ac$ とすると

$D>0$	$D=0$	$D<0$
$\Updownarrow$	$\Updownarrow$	$\Updownarrow$
異なる 2 つの実数解	重解を持つ	異なる 2 つの虚数解

「円の式」と「直線の式」から片方の変数を消した 2 次方程式の判別式を $D=b^2-4ac$ とすると

$D>0$	$D=0$	$D<0$
$\Updownarrow$	$\Updownarrow$	$\Updownarrow$
異なる 2 点で交わる (共有点 2 個)	接する (共有点 1 個)	交わらない (共有点なし)

例題 1　$x^2+y^2=7$　と　$y=x+3$ の共有点の個数を求めなさい。

解答　$\begin{cases} x^2+y^2=7\cdots① \\ y=x+3\cdots② \end{cases}$ の判別式を調べれば良い。②を①に代入すると

$$\begin{aligned} x^2+\quad(x+3)^2\quad&=7 \\ x^2+x^2+6x+9&=7 \\ 2x^2+6x+2&=0 \\ x^2+3x+1&=0 \end{aligned}$$

判別式 $\boldsymbol{D}=b^2-4ac=3^2-4\times1\times1=5\boldsymbol{>0}$ なので

答　共有点 2 個

例題 2　$x^2+y^2=3$　と　$y=-x+4$ の共有点の個数を求めなさい。

解答　$\begin{cases} x^2+y^2=3\cdots① \\ y=-x+4\cdots② \end{cases}$ の判別式を調べれば良い。②を①に代入すると

$$\begin{aligned} x^2+\quad(-x+4)^2\quad&=3 \\ x^2+x^2-8x+16&=3 \\ 2x^2-8x+13&=0 \end{aligned}$$

判別式 $\boldsymbol{D}=b^2-4ac=(-8)^2-4\times2\times13=64-104\boldsymbol{<0}$ なので

答　共有点なし

1　次の円と直線の共有点の個数を求めなさい。

(1)　$x^2+y^2=5,\quad y=-x-4$

(2)　$x^2+y^2=8,\quad y=-x+4$

(3)　$x^2+y^2=9,\quad y=-x+3$

(4)　$x^2+y^2=9,\quad y=x+5$

(5)　$x^2+y^2=4,\quad y=2x-1$

(6)　$x^2+y^2-2x-1=0,\quad x-y-3=0$

改訂版プリント#25 1 (1) $(1,1)$, $(-1,-1)$ (2) $(-2,1)$ (3) $(-3,1)$, $(1,-3)$ (4) $(-1,1)$ (5) $(0,1)$, $(-1,0)$ (6) $(0,-5)$, $(4,3)$ (7) $(-1,-2)$, $\left(\dfrac{2}{5},\dfrac{11}{5}\right)$ (8) $(8,3)$, $(0,-1)$