

■ 軌跡 (教科書 P66)

氏名 _____

平面上の 2 点間の距離

(○, ●), (△, ▲) の間の距離は

$$\sqrt{(\triangle - \circ)^2 + (\blacktriangle - \bullet)^2}$$

例 1 2点 A(4,0), B(1,0) に対して、距離 AP が距離 BP の 2 倍である点 P の軌跡を求めなさい。

解答 条件を満たす点 P の座標を (x,y) とおく。

距離 AP が距離 BP の 2 倍より $AP = 2BP$

2点 A(4,0), P(x,y) の間の距離は

$$AP = \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

2点 B(1,0), P(x,y) の間の距離は

$$BP = \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$AP = 2BP$ に代入すると

$$\sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$\sqrt{\quad}$ があると計算がしにくいので、両辺 2 乗して

$$\sqrt{(x-4)^2 + y^2}^2 = (2\sqrt{(x-1)^2 + y^2})^2$$

$$\sqrt{(x-4)^2 + y^2}^2 = 2^2 \sqrt{(x-1)^2 + y^2}^2$$

$$(x-4)^2 + y^2 = 4((x-1)^2 + y^2)$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 = 4(x^2 - 2x + 1 + y^2)$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 = 4x^2 - 8x + 4 + 4y^2$$

$$-3x^2 - 3y^2 = -12$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 = 2^2$$

よって ④ 中心が (0,0), 半径 2 の円

教科書では $\sqrt{\quad}$ が出るのが嫌なので $AP = 2BP$ の両辺を 2 乗して $AP^2 = 4BP^2$ として計算している。

