

① θ が第 3 象限の角度で、 $\sin \theta = -\frac{3}{4}$ のとき $\cos \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

■ 三角関数の相互関係

氏名 _____

(1) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

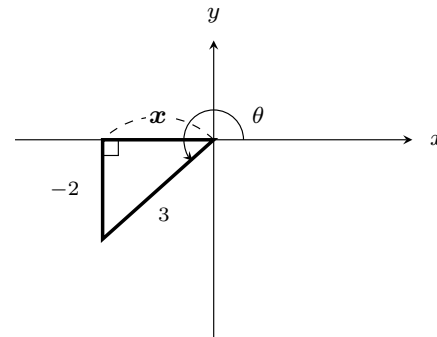
(2) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ $[(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1 \text{ のことです}]$

※ 上の式を使って解く方法よりも、図を描いて解く方法のほうが簡単だと思います。

例 1 θ が第 3 象限の角度で、 $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ のとき $\cos \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

解答 右のような図を考えれば良い。すると三平方の定理より

$$\begin{aligned} x^2 + (-2)^2 &= 3^2 \\ x^2 + 4 &= 9 \\ x^2 &= 9 - 4 \\ x^2 &= 5 \\ \sqrt{x^2} &= \pm\sqrt{5} \\ x &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$



右図より $x = -\sqrt{5}$ なので $\cos \theta = \frac{\text{横}}{\text{斜め}} = \frac{-\sqrt{5}}{3}$, $\tan \theta = \frac{\text{縦}}{\text{横}} = \frac{-2}{-\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

〈答〉 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

別解 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に代入すると

$$\begin{aligned} \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 \theta &= 1 \\ \frac{4}{9} + \cos^2 \theta &= 1 \\ \cos^2 \theta &= 1 - \frac{4}{9} \\ \cos^2 \theta &= \frac{9}{9} - \frac{4}{9} \\ \cos^2 \theta &= \frac{5}{9} \\ \sqrt{\cos^2 \theta} &= \pm\sqrt{\frac{5}{9}} \\ \cos \theta &= \pm\frac{\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

θ が第 3 象限のとき $\cos \theta < 0$ なので

$\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ となる。

$$\begin{aligned} \text{また } \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin \theta \div \cos \theta \\ &= -\frac{2}{3} \div \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \\ &= -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

〈答〉 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

② θ が第 4 象限の角度で、 $\cos \theta = \frac{2}{5}$ のとき $\sin \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

③ θ が第 4 象限の角度で、 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ のとき $\cos \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

④ θ が第 3 象限の角度で、 $\cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{7}}$ のとき $\sin \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

5 θ が第 3 象限の角度で、 $\tan \theta = \frac{3}{2}$ のとき $\sin \theta$ と $\cos \theta$ を求めよ。

6 θ が第 4 象限の角度で、 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき $\sin \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

7 θ が第 4 象限の角度で、 $\sin \theta = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ のとき $\cos \theta$ と $\tan \theta$ を求めよ。

8 θ が第 4 象限の角度で、 $\tan \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ のとき $\sin \theta$ と $\cos \theta$ を求めよ。