数学Ⅱ　改訂版プリント＃ 46

年　　組　　号

氏名

■ 平均変化率

$$\textbf{平均変化率} = \frac{y\text{ はどれだけ変化したの？}}{x\text{ はどれだけ変化したの？}}$$

例題 1　$y = x^2$ のとき、x が 1 から 3 の平均変化率を計算するには

x	1	→	3
y	1^2	→	3^2

ということは

x	1	→	3
y	1	→	9

なので

「x の変化は 2 $(= 3 - 1)$」「y の変化は 8 $(= 9 - 1)$」だから

$$\textbf{平均変化率} = \frac{y\text{ はどれだけ変化したの？}}{x\text{ はどれだけ変化したの？}} = \frac{8}{2} = \quad \text{〈答〉}\ 4$$

1　次の場合の平均変化率を求めなさい。

(1)　$y = 2x + 5$ で、x が 1 から 3

(2)　$y = x^2 + 3x$ で、x が 2 から 5

■ 極限 lim　(limit（リミット）の省略)

例題 2

(1)　$\lim_{h \to 0}(2 + h) = \quad 2 + \mathbf{0}$　と思ってよい　$= 2$

(2)　$\lim_{h \to 0}(5 + 2h + h^2) = \quad 5 + 2 \times \mathbf{0} + \mathbf{0}^2$　と思ってよい　$= 5$

(3)　$\lim_{h \to 0}(-3 + h^2) = \quad -3 + \mathbf{0}^2$　と思ってよい　$= -3$

(4)　$\lim_{h \to 0}(2h - 1)^2 = \quad (2 \times \mathbf{0} - 1)^2$　と思ってよい　$= (-1)^2 = 1$

2　次の極限値を求めなさい。

(1)　$\lim_{h \to 0}(1 + h)$

(2)　$\lim_{h \to 0}(2h - 6)$

(3)　$\lim_{h \to 0} 5h$

(4)　$\lim_{h \to 0}(2 + 3h + h^2)$

(5)　$\lim_{h \to 0}(2h^2 - h - 9)$

(6)　$\lim_{h \to 0}(1 - 2h - h^2)$

(7)　$\lim_{h \to 0}(3h + 7 + h^2)$

(8)　$\lim_{h \to 0}(6 + 5h)^2$

■ 微分係数

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

■ 導関数

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

定義にしたがって微分係数や導関数を求める方法（上の公式）は結構難しいので、深入りしなくてよいと思います。定期考査でもほとんど出題されないハズです。

■ 導関数の簡単な求め方

x^2 の導関数のことを　$(x^2)'$　と書きます。同様に **$4x^5$ の導関数**のことを　$(4x^5)'$　と書きます。**3 の導関数**のことを　$(3)'$　と書きます。導関数を求めることを**微分する**といいます。微分する簡単な方法があります。

■ 微分の簡単なやり方

$$(☆\, x^{◎})' = ☆ \times ◎\, x^{◎-1} \qquad (\text{数字のみ})' = 0$$

例題 3

(1)　$(x^5)' = (1x^5)' = 1 \times 5x^{5-1} = 5x^4$

(2)　$(2x^3)' = 2 \times 3x^{3-1} = 6x^2$

(3)　$(4x^6)' = 4 \times 6x^{6-1} = 24x^5$

(4)　$\left(\frac{2}{3}x^4\right)' = \frac{2}{3} \times 4x^{4-1} = \frac{8}{3}x^3$

(5)　$(2)' = 0$

(6)　$(6)' = 0$

(7)　$(9)' = 0$

(8)　$(15)' = 0$

3　次の式を微分しなさい。

(1)　$(x^4)'$

(2)　$(x^6)'$

(3)　$(7x^3)'$

(4)　$(5x)'$

(5)　$\left(\frac{1}{2}x^2\right)'$

(6)　$\left(\frac{5}{6}x^3\right)'$

(7)　$(3)'$

(8)　$(7)'$

(9)　$(-2)'$

(10)　$\left(\frac{2}{3}\right)'$

改訂版プリント＃47　1 (1) $6x$ (2) $15x^2$ (3) $4x$ (4) 6 (5) x^2 (6) $\frac{12}{7}x^3$ (7) 0 (8) 0 (9) 0 (10) 0　2 (1) $y' = 4$ (2) $y' = -2$ (3) $y' = 2x$ (4) $y' = 10x - 1$ (5) $y' = 2x + 1$ (6) $y' = 2x + 1$ (7) $y' = -3x^2 + 8x + 5$ (8) $y' = 12x^3 - 21x^2$ (9) $y' = \frac{8}{7}x + 4$ (10) $y' = \frac{9}{4}x^2 + 3x$

3 (1) $y' = 10x + 4$ (2) $y' = 8x + 4$ (3) $y' = 2x - 4$ (4) $y' = 6x + 4$

数学Ⅱ　改訂版プリント＃ 47

年　　組　　号

氏名

■ 微分の簡単なやり方

$$(☆\,x^{◎})' = ☆\times◎\,x^{◎-1} \qquad (\text{数字のみ})' = 0$$

1 次の式を微分しなさい。

(1) $(3x^2)'$　　(2) $(5x^3)'$

(3) $(2x^2)'$　　(4) $(6x)'$

(5) $\left(\frac{1}{3}x^3\right)'$　　(6) $\left(\frac{3}{7}x^4\right)'$

(7) $(3)'$　　(8) $(-8)'$

(9) $\left(\frac{4}{5}\right)'$　　(10) $\left(-\frac{5}{2}\right)'$

■ 多項式の微分

多項式の微分の場合は、それぞれの項を微分したものになる。

(1)　$(○+△)' = (○)' + (△)'$　　など

(2)　$(○-△)' = (○)' - (△)'$　　など

例題 1

(1) $y = x^2 + x$ のとき　　$y' = (x^2+x)' = (x^2)' + (x)' = 2x+1$

(2) $y = 2x^2 - 5x$ のとき　　$y' = (2x^2-5x)' = (2x^2)' - (5x)' = 4x-5$

(3) $y = -3x^2 - 4x + 2$ のとき

$$y' = (-3x^2-4x+2)' = (-3x^2)' - (4x)' + (2)' = -6x-4+0 = -6x-4$$

(4) $y = 7x - 1$ のとき　　$y' = (7x-1)' = (7x)' - (1)' = 7-0 = 7$

(5) $y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{3}x$ のとき

$$y' = \left(\frac{5}{6}x^2 - \frac{1}{3}x\right)' = \left(\frac{5}{6}x^2\right)' - \left(\frac{1}{3}x\right)' = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$$

2 次の式を微分しなさい。

(1) $y = 4x+2$　　(2) $y = -2x+6$

(3) $y = x^2 - 7x + 2$　　(4) $y = 5x^2 - x - 9$

(5) $y = x^2 + x + 1$　　(6) $y = x^2 + x + 7$

(7) $y = -x^3 + 4x^2 + 5x + 6$　　(8) $y = 3x^4 - 7x^3 + 12$

(9) $y = \frac{4}{7}x^2 + 4x - 9$　　(10) $y = \frac{3}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{5}$

■ かけ算の微分

かけ算の微分の場合は、まず展開してから微分をする。

例題 2

(1) $y = 2x(x+1)$ のとき

$$y' = \Big(2x(x+1)\Big)' = \Big(2x^2+2x\Big)' = (2x^2)' + (2x)' = 4x+2$$

(2) $y = (x-3)^2$のとき

$$y' = \Big((x-3)^2\Big)' = \Big(x^2-6x+9\Big)' = (x^2)' - (6x)' + (9)' = 2x-6$$

(3) $y = (2x-1)(x+5)$ のとき

$$y' = \Big((2x-1)(x+5)\Big)' = \Big(2x^2+9x-5\Big)' = (2x^2)' + (9x)' - (5)' = 4x+9$$

3 次の式を微分しなさい。

(1) $y = x(5x+4)$　　(2) $y = (2x+1)^2$

(3) $y = (x-2)^2$　　(4) $y = (x+2)(3x-2)$

改訂版プリント＃46 1 (1) 2 (2) 10 2 (1) 1 (2) −6 (3) 0 (4) 2 (5) −9 (6) 1 (7) 7 (8) 36 3 (1) $4x^3$ (2) $6x^5$ (3) $21x^2$ (4) 5 (5) x (6) $\frac{5}{2}x^2$ (7) 0 (8) 0 (9) 0 (10) 0