数学II　改訂版プリント＃ 46（その 2）中盤　　年　組　号

氏名

■ 微分係数

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

例題 1　$f(x) = x^2$ のとき、微分係数 $f'(2)$ を求めなさい。

考え方　公式に当てはめて $f'(2) = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ を計算すればよい。

解答　まず分子の $f(2+h) - f(2)$ を求めるために $f(2+h)$ と $f(2)$ を計算します。

問題に $f(x) = x^2$ と書かれているので

x の所に $2+h$ を入れると　$f(2+h) = (2+h)^2 = 4 + 4h + h^2$

x の所に 2 を入れると　$f(2) = 2^2 = 4$

だから　$f(2+h) - f(2) = (\cancel{4} + 4h + h^2) - \cancel{4} = 4h + h^2$

よって

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\ &= \lim_{h \to 0} \frac{4h + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(4+h)}{\cancel{h}} \\ &= \lim_{h \to 0} (4+h) \\ &= 4 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$\boxed{1}$　$f(x) = x^2$ のとき、微分係数 $f'(3)$ を求めなさい。

■ 導関数

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

例題 2　$f(x) = x^3$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

考え方　公式 $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ を計算する。

解答　まず分子の $f(x+h) - f(x)$ を求めるために $f(x+h)$ を計算します

問題に $f(x) = x^3$ と書かれているので

x の所に $x+h$ を入れると　$f(x+h) = (x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$

だから　$f(x+h) - f(x) = (\cancel{x^3} + 3x^2h + 3xh^2 + h^3) - \cancel{x^3} = 3x^2h + 3xh^2 + h^3$

よって

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \to 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(3x^2 + 3xh + h^2)}{\cancel{h}} \\ &= \lim_{h \to 0} (3x^2 + 3xh + h^2) \\ &= 3x^2 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$\boxed{2}$　$f(x) = x^2$ のとき、導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

数学 II　改訂版プリント＃ 46（その 2）中盤　　年　　組　　号

氏名

■ 微分係数

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

例題 1　$f(x)=x^2$ のとき、微分係数 $f'(2)$ を求めなさい。

考え方　公式に当てはめて $f'(2)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}$ を計算すればよい。

解答　まず分子の $f(2+h)-f(2)$ を求めるために $f(2+h)$ と $f(2)$ を計算します。

問題に $f(x)=x^2$ と書かれているので

x の所に $2+h$ を入れると
$$\begin{aligned}f(2+h)&=(2+h)^2\\&=4+4h+h^2\end{aligned}$$

x の所に 2 を入れると
$$\begin{aligned}f(2)&=2^2\\&=4\end{aligned}$$

だから
$$\begin{aligned}f(2+h)-f(2)&=(\cancel{4}+4h+h^2)-\cancel{4}\\&=4h+h^2\end{aligned}$$

よって
$$\begin{aligned}f'(2)&=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\frac{4h+h^2}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(4+h)}{\cancel{h}}\\&=\lim_{h\to 0}(4+h)\\&=4\quad \boxed{答}\end{aligned}$$

$\boxed{1}$　$f(x)=x^2$ のとき、微分係数 $f'(3)$ を求めなさい。

$$\begin{aligned}f'(3)&=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(3+h)^2-3^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(9+6h+h^2)-9}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\frac{6h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(6+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(6+h)=6\quad \boxed{答}\end{aligned}$$

■ 導関数

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

例題 2　$f(x)=x^3$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

考え方　公式 $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ を計算する。

解答　まず分子の $f(x+h)-f(x)$ を求めるために $f(x+h)$ を計算します

問題に $f(x)=x^3$ と書かれているので

x の所に $x+h$ を入れると
$$\begin{aligned}f(x+h)&=(x+h)^3\\&=x^3+3x^2h+3xh^2+h^3\end{aligned}$$

だから
$$\begin{aligned}f(x+h)-f(x)&=(\cancel{x^3}+3x^2h+3xh^2+h^3)-\cancel{x^3}\\&=3x^2h+3xh^2+h^3\end{aligned}$$

よって
$$\begin{aligned}f'(x)&=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(3x^2+3xh+h^2)}{\cancel{h}}\\&=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)\\&=3x^2\quad \boxed{答}\end{aligned}$$

$\boxed{2}$　$f(x)=x^2$ のとき、導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

$$\begin{aligned}f'(x)&=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(x^2+2xh+h^2)-x^2}{h}\\&=\lim_{h\to 0}\frac{2xh+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(2x+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x\quad \boxed{答}\end{aligned}$$