数学Ⅱ　改訂版プリント# 49

年　　組　　号

氏名

■ 関数の増減表・極大値と極小値

※注　$\boldsymbol{y}$ と $\boldsymbol{f(x)}$ は同じものだと思ってよい。
同様に $\boldsymbol{y'}$ と $\boldsymbol{f'(x)}$ は同じものだと思ってよい。

$y'>0$ のときは　傾き >0　なので、**y のグラフは右上がり**になる。
$y'<0$ のときは　傾き <0　なので、**y のグラフは右下がり**になる。

だから y' を計算して「右上がり/右下がり」を調べれば**グラフを描くことができる。**

例題 1　$y=x^3-3x^2+4$ の増減表をつくりグラフを描きなさい。

解　微分すると $y'=3x^2-6x$ となる。$y'=0$ を計算すると

$$3x^2-6x=0$$
$$3x(x-2)=0$$
$$x=0,\ 2$$

x	$\cdots$	**0**	$\cdots$	**2**	$\cdots$
y'		**0**		**0**	
y					

$x<0,\quad 0<x<2,\quad 2<x$ のとき y' が $+,-$ どちらになるか調べると

[　例えば $x<0$ ならば $x=-1$ を y' に代入して $+,-$ どちらになるか調べる。
　$0<x<2$ ならば $x=1$ を y' に代入して $+,-$ どちらになるか調べる。　]

$x<0$ のときは $+$ で、$0<x<2$ のときは $-$ で、$2<x$ のときは $+$ になるので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

y' が $+$ のときは **y のグラフは右上がり**で、y' が $-$ のときは **y のグラフは右下がり**なので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

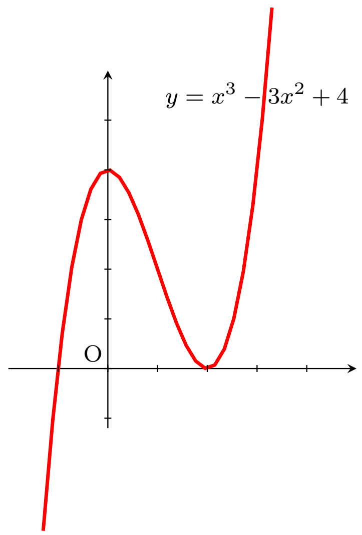
$x=\mathbf{0},\ \mathbf{2}$ のときの y の値を計算すると

$y=\mathbf{0}^3-3\times\mathbf{0}^2+4=\mathbf{4}$

$y=\mathbf{2}^3-3\times\mathbf{2}^2+4=\mathbf{0}$ となるので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	**4**	$\searrow$	**0**	$\nearrow$

よってグラフは



グラフを描いたとき、山のてっぺんを**極大**、谷底を**極小**という。そのときの値を**極大値**、**極小値**という。

[1]　次の関数の増減表をつくりグラフを描きなさい。

(1)　$y=x^3-3x$　　(2)　$y=-x^3-3x^2+4$

(3)　$y=x^3-3$　　(4)　$y=-x^3+12x+1$

改訂#49 [1]　(1) $\nearrow(-1,2)\searrow(1,-2)\nearrow$　(2) $\searrow(-2,0)\nearrow(0,4)\searrow$　(3) $\nearrow(0,-3)\nearrow$ (4) $\searrow(-2,-15)\nearrow(2,17)\searrow$

(5) $y=-2x^3+9x^2-12x$

改訂#49 (5) $\searrow(1,-5)\nearrow(2,-4)\searrow$

数学Ⅱ　改訂版プリント＃ 49

年　　組　　号

氏名

■ 関数の増減表・極大値と極小値

※注　$\boldsymbol{y}$ と $\boldsymbol{f(x)}$ は同じものだと思ってよい。
同様に $\boldsymbol{y'}$ と $\boldsymbol{f'(x)}$ は同じものだと思ってよい。

$y' > 0$ のときは　傾き > 0　なので、**y のグラフは右上がり**になる。
$y' < 0$ のときは　傾き < 0　なので、**y のグラフは右下がり**になる。

だから y' を計算して「右上がり/右下がり」を調べれば**グラフを描くことができる。**

例題 1　$y = x^3 - 3x^2 + 4$ の増減表をつくりグラフを描きなさい。

解　微分すると $y' = 3x^2 - 6x$ となる。$y' = 0$ を計算すると

$$3x^2 - 6x = 0$$
$$3x(x-2) = 0$$
$$x = 0,\ 2$$

x	$\cdots$	**0**	$\cdots$	**2**	$\cdots$
y'		**0**		**0**	
y					

$x < 0,\quad 0 < x < 2,\quad 2 < x$ のとき y' が $+, -$ どちらになるか調べると

[例えば $x < 0$ ならば $x = -1$ を y' に代入して $+, -$ どちらになるか調べる。
$0 < x < 2$ ならば $x = 1$ を y' に代入して $+, -$ どちらになるか調べる。]

$x < 0$ のときは $+$ で、$0 < x < 2$ のときは $-$ で、$2 < x$ のときは $+$ になるので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

y' が $+$ のときは **y のグラフは右上がり**で、y' が $-$ のときは **y のグラフは右下がり**なので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$

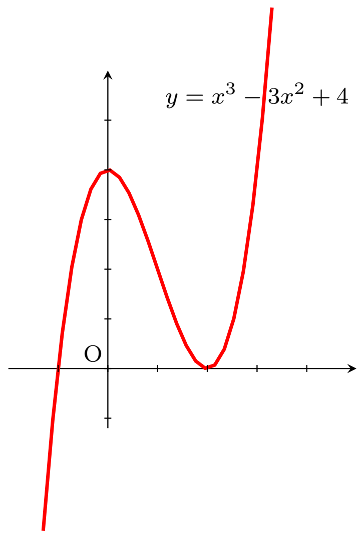
$x = \mathbf{0},\ \mathbf{2}$ のときの y の値を計算すると

$y = \mathbf{0}^3 - 3 \times \mathbf{0}^2 + 4 = \mathbf{4}$

$y = \mathbf{2}^3 - 3 \times \mathbf{2}^2 + 4 = \mathbf{0}$ となるので

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	**4**	$\searrow$	**0**	$\nearrow$

よってグラフは



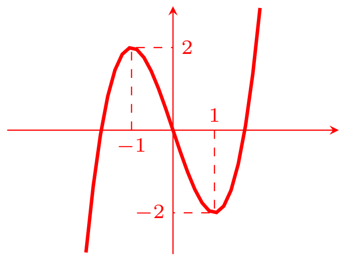
グラフを描いたとき、山のてっぺんを**極大**、谷底を**極小**という。そのときの値を**極大値**、**極小値**という。

$\boxed{1}$ 次の関数の増減表をつくりグラフを描きなさい。

(1)　$y = x^3 - 3x$

$y' = 3x^2 - 3$ なので $y' = 0$ の解は
因数分解して $3(x^2 - 1) = 3(x+1)(x-1) = 0$
だから $x = -1, 1$ になる

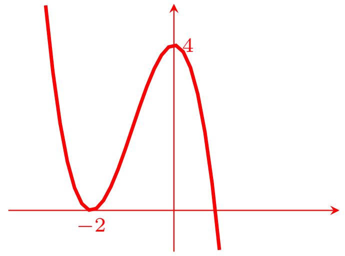
x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	極大 2	$\searrow$	極小 -2	$\nearrow$



(2)　$y = -x^3 - 3x^2 + 4$

$y' = -3x^2 - 6x$ なので $y' = 0$ の解は
$-3x$ でくくって $-3x(x+2) = 0$ だから
$x = 0, -2$ になる

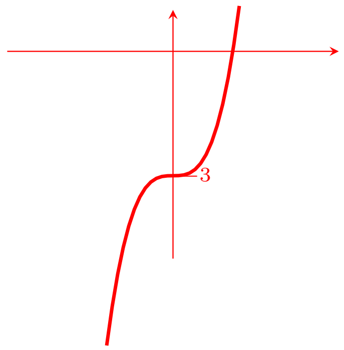
x	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	極小 0	$\nearrow$	極大 4	$\searrow$



(3)　$y = x^3 - 3$

$y' = 3x^2$ なので $y' = 0$ の解は
$3x^2 = 0$ を解いて $x = 0$ になる

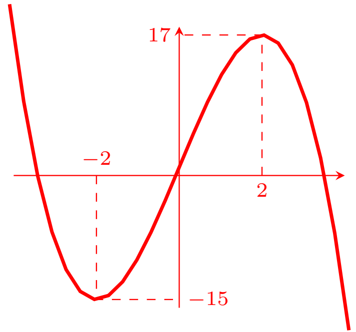
x	$\cdots$	0	$\cdots$
y'	$+$	0	$+$
y	$\nearrow$	-3	$\nearrow$



(4)　$y = -x^3 + 12x + 1$

$y' = -3x^2 + 12$ なので $y' = 0$ の解は
因数分解して
$-3(x^2 - 4) = -3(x+2)(x-2) = 0$ だから
$x = -2, 2$ になる

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	極小 -15	$\nearrow$	極大 17	$\searrow$



改訂#49 $\boxed{1}$ (1) $\nearrow(-1, 2)\searrow(1, -2)\nearrow$　(2) $\searrow(-2, 0)\nearrow(0, 4)\searrow$　(3) $\nearrow(0, -3)\nearrow$ (4) $\searrow(-2, -15)\nearrow(2, 17)\searrow$

(5) $y=-2x^3+9x^2-12x$

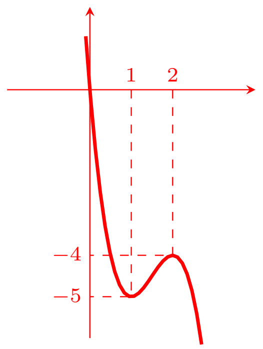
$y'=-6x^2+18x-12$ なので

$y'=0$ の解は因数分解して

$-6(x^2-3x+2)=-6(x-1)(x-2)=0$

だから $x=1,2$ になる

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	極小 -5	$\nearrow$	極大 -4	$\searrow$



改訂#49 (5) $\searrow (1,-5) \nearrow (2,-4) \searrow$