数学 II　改訂版プリント# 50

年　組　号

氏名

■ 関数の最大値、最小値

例題　$y = x^3 - 3x^2 + 1 \quad (-2 \leqq x \leqq 3)$ の最大値と最小値を求めなさい。

解　微分すると $y' = 3x^2 - 6x$ となる。$y' = 0$ を計算すると

$$3x^2 - 6x = 0$$
$$3x(x-2) = 0$$
$$x = 0,\ 2$$

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'			0		0		
y							

$x < 0,\quad 0 < x < 2,\quad 2 < x$ のとき y' が $+, -$ どちらになるか調べると

[例えば $x < 0$ ならば $x = -1$ を y' に代入して $+, -$ どちらになるか調べる。
$0 < x < 2$ ならば $x = 1$ を y' に代入して $+, -$ どちらになるか調べる。]

$x < 0$ のときは $+$ で、$0 < x < 2$ のときは $-$ で、$2 < x$ のときは $+$ になるので

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

y' が $+$ のときは **y のグラフは右上がり**で、y' が $-$ のときは **y のグラフは右下がり**なので

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

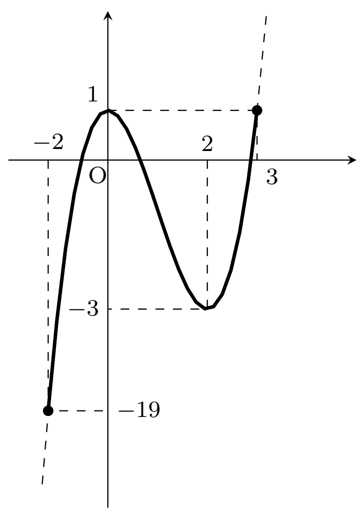
$x = -2,\ 0,\ 2,\ 3$ のときの y の値をそれぞれ計算すると

$$y = (-2)^3 - 3 \times (-2)^2 + 1 = -19$$
$$y = 0^3 - 3 \times 0^2 + 1 = 1$$
$$y = 2^3 - 3 \times 2^2 + 1 = -3$$
$$y = 3^3 - 3 \times 3^2 + 1 = 1$$

となるので

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	$\nearrow$	極大 1	$\searrow$	極小 -3	$\nearrow$	1

$y = x^3 - 3x^2 + 1$



よってグラフは右のようになるので

答　$x = 0, 3$ のとき最大値 1
$x = -2$ のとき最小値 -19

1　次の関数の最大値と最小値を求めなさい。

(1)　$y = x^3 + 3x^2 - 5 \ (-3 \leqq x \leqq 2)$

(2)　$y = -x^3 + 3x - 1 \ (-3 \leqq x \leqq 3)$

(3)　$y = 2x^3 - 3x^2 - 1 \ (-3 \leqq x \leqq 2)$

(4)　$y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 2 \ (-3 \leqq x \leqq 1)$

改訂プリント#50 1 (1) $x = 2$ で最大値 15, $x = -3, 0$ で最小値 -5　(2) $x = -3$ で最大値 17, $x = 3$ で最小値 -19
(3) $x = 2$ で最大値 3, $x = -3$ で最小値 -82　(4) $x = -3$ で最大値 7, $x = 1$ で最小値 -9

数学 II　改訂版プリント＃ 50

年　　組　　号

氏名

■ 関数の最大値、最小値

例題　$y = x^3 - 3x^2 + 1 \quad (-2 \leqq x \leqq 3)$ の最大値と最小値を求めなさい。

解　微分すると $y' = 3x^2 - 6x$ となる。$y' = 0$ を計算すると

$$3x^2 - 6x = 0$$
$$3x(x-2) = 0$$
$$x = 0,\ 2$$

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'			0		0		
y							

$x < 0,\quad 0 < x < 2,\quad 2 < x$ のとき y' が $+, -$ どちらになるか調べると

[　例えば $x < 0$ ならば $x = -1$ を y' に代入して $+, -$ どちらになるか調べる。
　$0 < x < 2$ ならば $x = 1$ を y' に代入して $+, -$ どちらになるか調べる。　]

$x < 0$ のときは $+$ で、$0 < x < 2$ のときは $-$ で、$2 < x$ のときは $+$ になるので

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

y' が $+$ のときは **y のグラフは右上がり**で、y' が $-$ のときは **y のグラフは右下がり**なので

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

$x = -2,\ 0,\ 2,\ 3$ のときの y の値をそれぞれ計算すると

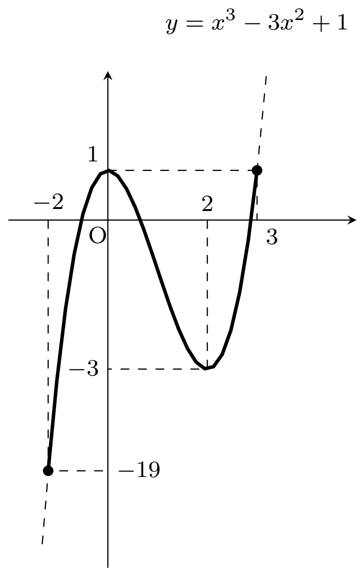
$$y = (-2)^3 - 3 \times (-2)^2 + 1 = -19$$
$$y = 0^3 - 3 \times 0^2 + 1 = 1$$
$$y = 2^3 - 3 \times 2^2 + 1 = -3$$
$$y = 3^3 - 3 \times 3^2 + 1 = 1$$

となるので

x	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-19	↗	極大 1	↘	極小 -3	↗	1

よってグラフは右のようになるので

答　$x = 0, 3$ のとき最大値 1
　　$x = -2$ のとき最小値 -19

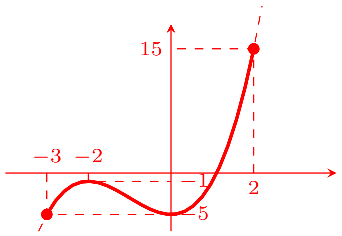


1　次の関数の最大値と最小値を求めなさい。

(1)　$y = x^3 + 3x^2 - 5\ (-3 \leqq x \leqq 2)$

$y' = 3x^2 + 6x$ なので $y' = 0$ を考えると
因数分解して $3x(x+2) = 0$ だから
$x = 0, -2$ になる

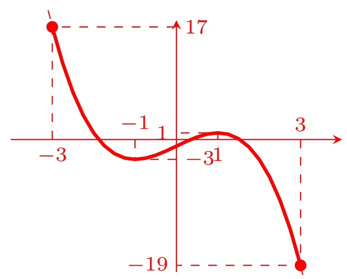
x	-3	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	2
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-5	↗	極大 -1	↘	極小 -5	↗	15



(2)　$y = -x^3 + 3x - 1\ (-3 \leqq x \leqq 3)$

$y' = -3x^2 + 3$ なので $y' = 0$ を考えると
因数分解して
$-3(x^2 - 1) = -3(x+1)(x-1) = 0$ だから
$x = -1, 1$ になる

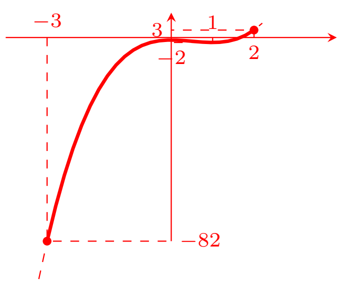
x	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$	3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	17	↘	極小 -3	↗	極大 1	↘	-19



(3)　$y = 2x^3 - 3x^2 - 1\ (-3 \leqq x \leqq 2)$

$y' = 6x^2 - 6x$ なので $y' = 0$ を考えると
因数分解して $6x(x-1) = 0$ だから
$x = 0, 1$ になる

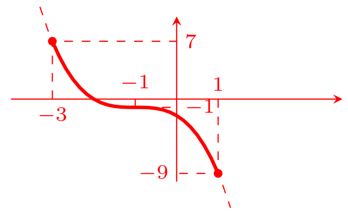
x	-3	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-82	↗	極大 -1	↘	極小 -2	↗	3



(4)　$y = -x^3 - 3x^2 - 3x - 2\ (-3 \leqq x \leqq 1)$

$y' = -3x^2 - 6x - 3$ なので $y' = 0$ を考えると
因数分解して
$-3(x^2 + 2x + 1) = -3(x+1)^2 = 0$ だから
$x = -1$ になる

x	-3	$\cdots$	-1	$\cdots$	1
y'		$-$	0	$-$	
y	7	↘	-1	↘	-9



改訂プリント#50 1 (1) $x = 2$ で最大値 15, $x = -3, 0$ で最小値 -5　(2) $x = -3$ で最大値 17, $x = 3$ で最小値 -19
(3) $x = 2$ で最大値 3, $x = -3$ で最小値 -82　(4) $x = -3$ で最大値 7, $x = 1$ で最小値 -9