数学 II　改訂版プリント＃ 51

年　組　号

氏名

■ 不定積分

微分すると $6x$ になる式のことを $\int 6x\,dx$ と書きます。$(3x^2)' = 6x$ なので $\int 6x\,dx = 3x^2$ が分かります。

しかし $(3x^2+2)' = 6x$ だし $(3x^2+9)' = 6x$ です。つまり定数項は微分すると無くなってしまうので積分の式は一つだけに決まりません。そこで $\int 6x\,dx = 3x^2 + C$ （C は積分定数）と書くことにします。

例題 1　(1) $\int 15x^4\,dx = 3x^5 + C$　(2) $\int 8x\,dx = 4x^2 + C$　(3) $\int 7\,dx = 7x + C$

1　次の積分を求めなさい。

(1) $\int 1\,dx$　(2) $\int 2x\,dx$

(3) $\int 9x^2\,dx$　(4) $\int x^3\,dx$

例題 2

(1) $(x)' = 1$ なので　$\int 1\,dx = x + C$

(2) $\left(\frac{1}{2}x^2\right)' = x$ なので　$\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$

(3) $\left(\frac{1}{3}x^3\right)' = x^2$ なので　$\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$

(4) $\left(\frac{1}{4}x^4\right)' = x^3$ なので　$\int x^3\,dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

公式にすると

$$\int x^{\blacktriangle}\,dx = \frac{1}{\blacktriangle+1}x^{\blacktriangle+1} + C \qquad (C\text{ は積分定数})$$

例題 3

(1) $\int 8x\,dx = 8 \times \frac{1}{2}x^2 + C = 4x^2 + C$　答

(2) $\int (2x+7)\,dx = 2 \times \frac{1}{2}x^2 + 7 \times x + C = x^2 + 7x + C$　答

(3) $\int (3x-4)\,dx = 3 \times \frac{1}{2}x^2 - 4 \times x + C = \frac{3}{2}x^2 - 4x + C$　答

(4) $\int (5x^2 - 3x + 8)\,dx = 5 \times \frac{1}{3}x^3 - 3 \times \frac{1}{2}x^2 + 8 \times x + C$
$= \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x + C$　答

(5) $\int (-3x^4 - 4x^3 + 12)\,dx = -3 \times \frac{1}{5}x^5 - 4 \times \frac{1}{4}x^4 + 12 \times x + C$
$= -\frac{3}{5}x^5 - x^4 + 12x + C$　答

2　次の積分を求めなさい。

(1) $\int (10x+1)\,dx$　(2) $\int (2x-3)\,dx$

(3) $\int (x+5)\,dx$　(4) $\int (-7x-6)\,dx$

(5) $\int (3x^2+4x-9)\,dx$　(6) $\int (2x^2+4x-6)\,dx$

(7) $\int (4x^3-6x)\,dx$　(8) $\int (10x^2-x)\,dx$

(9) $\int (4x^3-6x^2+7)\,dx$　(10) $\int \left(\frac{6}{5}x^2 - \frac{4}{7}x\right)dx$

改訂版プリント＃52　**1**　(1) 8　(2) 266　(3) 18　(4) $\frac{325}{3}$　(5) 17　(6) 56　(7) $\frac{21}{2}$　(8) $\frac{155}{6}$　(9) $\frac{47}{6}$　(10) $\frac{9}{2}$　(11) $\frac{53}{6}$　(12) $\frac{4}{3}$

数学 II　改訂版プリント＃ 52

年　組　号

氏名

■ 定積分

$$
\begin{aligned}
\int_1^3 (6x+7)\,dx &= \left\langle \begin{array}{c}\text{微分すると } 6x+7 \text{ に}\\ \text{なる式に } x=3 \text{ を代入}\end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{c}\text{微分すると } 6x+7 \text{ に}\\ \text{なる式に } x=1 \text{ を代入}\end{array} \right\rangle \\
&= \left\langle \begin{array}{c}3x^2+7x+C \text{ に}\\ x=3 \text{ を代入}\end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{c}3x^2+7x+C \text{ に}\\ x=1 \text{ を代入}\end{array} \right\rangle \\
&= \left\langle 3\times 3^2+7\times 3+C \right\rangle - \left\langle 3\times 1^2+7\times 1+C \right\rangle \\
&= \left\langle 48+C \right\rangle - \left\langle 10+C \right\rangle \\
&= 38 \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

定積分すると積分定数 C は消えてしまうので、上の式をもっと簡単に

$$
\begin{aligned}
\int_1^3 (6x+7)\,dx &= \Big[3x^2+7x\Big]_1^3 \\
&= (3\times 3^2+7\times 3)-(3\times 1^2+7\times 1) \\
&= 48-10 \\
&= 38 \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

と書くことにします。このとき定積分の上端は 3、下端は 1 といいます。

例題 1

$$
\begin{aligned}
\int_{-1}^2 (12x^2+6x)\,dx &= \Big[4x^3+3x^2\Big]_{-1}^2 \\
&= \big(4\times 2^3+3\times 2^2\big)-\big(4\times(-1)^3+3\times(-1)^2\big) \\
&= (32+12)-(-4+3) \\
&= 45 \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

例題 2

$$
\begin{aligned}
\int_3^5 (x^2-4x+2)\,dx &= \left[\frac{1}{3}x^3-2x^2+2x\right]_3^5 \\
&= \left(\frac{1}{3}\times 5^3-2\times 5^2+2\times 5\right)-\left(\frac{1}{3}\times 3^3-2\times 3^2+2\times 3\right) \\
&= \left(\frac{125}{3}-50+10\right)-\left(\frac{27}{3}-18+6\right) \\
&= \frac{125}{3}-40-\frac{27}{3}+12 \\
&= \frac{125-27}{3}-28 \\
&= \frac{98}{3}-\frac{84}{3} \qquad = \frac{14}{3} \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

$\boxed{1}$ 次の定積分を求めなさい。

(1) $\displaystyle\int_1^3 2x\,dx$

(2) $\displaystyle\int_{-2}^5 6x^2\,dx$

(3) $\displaystyle\int_{-2}^4 3x\,dx$

(4) $\displaystyle\int_{-1}^4 5x^2\,dx$

(5) $\displaystyle\int_1^2 (8x+5)\,dx$

(6) $\displaystyle\int_{-1}^3 (9x^2-7)\,dx$

(7) $\displaystyle\int_1^4 (x+1)\,dx$

(8) $\displaystyle\int_{-2}^3 (2x^2+x)\,dx$

(9) $\displaystyle\int_1^2 (x^2+3x+1)\,dx$

(10) $\displaystyle\int_{-2}^1 (5x^2-x-4)\,dx$

(11) $\displaystyle\int_1^2 (x+1)(x+2)\,dx$

展開して計算する

(12) $\displaystyle\int_{-1}^3 (2x-1)^2\,dx$

展開して計算する

#51 $\boxed{1}$ (1) $x+C$ (2) x^2+C (3) $3x^3+C$ (4) $\frac{1}{4}x^4+C$ $\boxed{2}$ (1) $5x^2+x+C$ (2) x^2-3x+C (3) $\frac{1}{2}x^2+5x+C$ (4) $-\frac{7}{2}x^2-6x+C$ (5) x^3+2x^2-9x+C (6) $\frac{2}{3}x^3+2x^2-6x+C$ (7) x^4-3x^2+C (8) $\frac{10}{3}x^3-1+C$ (9) x^4-2x^3+7x+C (10) $\frac{6}{15}x^3-\frac{2}{7}x^2+C$