

氏名 _____

■ 不定積分

微分すると $6x$ になる式のことを $\int 6x dx$ と書きます。 $(3x^2)' = 6x$ なので $\int 6x dx = 3x^2$ が分かります。

しかし $(3x^2 + 2)' = 6x$ だし $(3x^2 + 9)' = 6x$ です。つまり定数項は微分すると無くなってしまいうので積分の式は一つだけに決まりません。そこで $\int 6x dx = 3x^2 + C$ (C は積分定数) と書くことにします。

例題 1 (1) $\int 15x^4 dx = 3x^5 + C$ (2) $\int 8x dx = 4x^2 + C$ (3) $\int 7 dx = 7x + C$

1 次の積分を求めなさい。

(1) $\int 1 dx$ (2) $\int 2x dx$

(3) $\int 9x^2 dx$ (4) $\int x^3 dx$

例題 2 (1) $(x)' = 1$ なので $\int 1 dx = x + C$
 (2) $(\frac{1}{2}x^2)' = x$ なので $\int x dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
 (3) $(\frac{1}{3}x^3)' = x^2$ なので $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$
 (4) $(\frac{1}{4}x^4)' = x^3$ なので $\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C$

公式にすると

$$\int x^\blacktriangle dx = \frac{1}{\blacktriangle+1} x^{\blacktriangle+1} + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

例題 3 (1) $\int 8x dx = 8 \times \frac{1}{2}x^2 + C = 4x^2 + C$ 答
 (2) $\int (2x + 7) dx = 2 \times \frac{1}{2}x^2 + 7 \times x + C = x^2 + 7x + C$ 答
 (3) $\int (3x - 4) dx = 3 \times \frac{1}{2}x^2 - 4 \times x + C = \frac{3}{2}x^2 - 4x + C$ 答

(4) $\int (5x^2 - 3x + 8) dx = 5 \times \frac{1}{3}x^3 - 3 \times \frac{1}{2}x^2 + 8 \times x + C$
 $= \frac{5}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x + C$ 答
 (5) $\int (-3x^4 - 4x^3 + 12) dx = -3 \times \frac{1}{5}x^5 - 4 \times \frac{1}{4}x^4 + 12 \times x + C$
 $= -\frac{3}{5}x^5 - x^4 + 12x + C$ 答

2 次の積分を求めなさい。

(1) $\int (10x + 1) dx$ (2) $\int (2x - 3) dx$

(3) $\int (x + 5) dx$ (4) $\int (-7x - 6) dx$

(5) $\int (3x^2 + 4x - 9) dx$ (6) $\int (2x^2 + 4x - 6) dx$

(7) $\int (4x^3 - 6x) dx$ (8) $\int (10x^2 - x) dx$

(9) $\int (4x^3 - 6x^2 + 7) dx$ (10) $\int (\frac{6}{5}x^2 - \frac{4}{7}x) dx$

■ 定積分

氏名 _____

$$\begin{aligned} \int_1^3 (6x+7) dx &= \left\langle \begin{array}{l} \text{微分すると } 6x+7 \text{ に} \\ \text{なる式に } x=3 \text{ を代入} \end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{l} \text{微分すると } 6x+7 \text{ に} \\ \text{なる式に } x=1 \text{ を代入} \end{array} \right\rangle \\ &= \left\langle \begin{array}{l} 3x^2+7x+C \text{ に} \\ x=3 \text{ を代入} \end{array} \right\rangle - \left\langle \begin{array}{l} 3x^2+7x+C \text{ に} \\ x=1 \text{ を代入} \end{array} \right\rangle \\ &= \left\langle 3 \times 3^2 + 7 \times 3 + C \right\rangle - \left\langle 3 \times 1^2 + 7 \times 1 + C \right\rangle \\ &= \left\langle 48 + C \right\rangle - \left\langle 10 + C \right\rangle \\ &= 38 \quad \text{答} \end{aligned}$$

定積分すると積分定数 C は消えてしまうので、上の式をもっと簡単に

$$\begin{aligned} \int_1^3 (6x+7) dx &= [3x^2+7x]_1^3 \\ &= (3 \times 3^2 + 7 \times 3) - (3 \times 1^2 + 7 \times 1) \\ &= 48 - 10 \\ &= 38 \quad \text{答} \end{aligned}$$

と書くことにします。このとき定積分の上端は3、下端は1といいます。

例題1 $\int_{-1}^2 (12x^2+6x) dx = [4x^3+3x^2]_{-1}^2$

$$\begin{aligned} &= (4 \times 2^3 + 3 \times 2^2) - (4 \times (-1)^3 + 3 \times (-1)^2) \\ &= (32 + 12) - (-4 + 3) \\ &= 45 \quad \text{答} \end{aligned}$$

例題2 $\int_3^5 (x^2-4x+2) dx = [\frac{1}{3}x^3-2x^2+2x]_3^5$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{3} \times 5^3 - 2 \times 5^2 + 2 \times 5 \right) - \left(\frac{1}{3} \times 3^3 - 2 \times 3^2 + 2 \times 3 \right) \\ &= \left(\frac{125}{3} - 50 + 10 \right) - \left(\frac{27}{3} - 18 + 6 \right) \\ &= \frac{125}{3} - 40 - \frac{27}{3} + 12 \\ &= \frac{125-27}{3} - 28 \\ &= \frac{98}{3} - \frac{84}{3} = \frac{14}{3} \quad \text{答} \end{aligned}$$

(1) $\int_1^3 2x dx$

(2) $\int_{-2}^5 6x^2 dx$

(3) $\int_{-2}^4 3x dx$

(4) $\int_{-1}^4 5x^2 dx$

(5) $\int_1^2 (8x+5) dx$

(6) $\int_{-1}^3 (9x^2-7) dx$

(7) $\int_1^4 (x+1) dx$

(8) $\int_{-2}^3 (2x^2+x) dx$

(9) $\int_1^2 (x^2+3x+1) dx$

(10) $\int_{-2}^1 (5x^2-x-4) dx$

(11) $\int_1^2 (x+1)(x+2) dx$

展開して計算する

(12) $\int_{-1}^3 (2x-1)^2 dx$

展開して計算する