

氏名 _____

■ 解と係数の関係

$ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とすると

$$\circ + \triangle = -\frac{b}{a} \quad \circ \times \triangle = \frac{c}{a}$$

例1

(1) $x^2 + 2x + 3 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とすると

$$\circ + \triangle = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2 \text{ になり、} \quad \circ \times \triangle = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3 \text{ になる。}$$

〈答〉和 (たし算) -2 , 積 (かけ算) 3

(2) $3x^2 + 4x + 7 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とすると

$$\circ + \triangle = -\frac{4}{3} \text{ になり、} \quad \circ \times \triangle = \frac{7}{3} \text{ になる。}$$

〈答〉和 $-\frac{4}{3}$, 積 $\frac{7}{3}$

(3) $4x^2 - 6x - 3 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とすると

$$\circ + \triangle = -\frac{-6}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ になり、} \quad \circ \times \triangle = \frac{-3}{4} \text{ になる。}$$

〈答〉和 $\frac{3}{2}$, 積 $-\frac{3}{4}$

1 次の2次方程式の2つの解の和と積を求めなさい。

(1) $x^2 + 7x + 6 = 0$ (2) $x^2 - 3x + 5 = 0$

(3) $x^2 - 5x - 6 = 0$ (4) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

(5) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (6) $3x^2 - 2x - 1 = 0$

例2 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とするとき、 $\circ^2 + \triangle^2$ の値を求めなさい。

考え方 解の公式を使えば2つの解は $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$ と計算できるが $\left(\frac{3 + \sqrt{17}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3 - \sqrt{17}}{4}\right)^2$ を計算するのは少し面倒である。

でも $\circ^2 + \triangle^2 = (\circ + \triangle)^2 - 2\circ \times \triangle$ と表されるので、解と係数の関係を使うと計算が楽になる。

解 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ だから $a = 2, b = -3, c = -1$ である。

解と係数の関係より

$$\circ + \triangle = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}, \quad \circ \times \triangle = \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} \text{ となる。}$$

よって

$$\begin{aligned} \circ^2 + \triangle^2 &= (\circ + \triangle)^2 - 2\circ \times \triangle \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{-1}{2} \\ &= \frac{9}{4} + 1 = \frac{9}{4} + \frac{4}{4} = \frac{13}{4} \end{aligned}$$

〈答〉 $\frac{13}{4}$

2 $2x^2 + 4x + 3 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とするとき、 $\circ^2 + \triangle^2$ の値を求めなさい。

3 $2x^2 - x + 4 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とするとき、 $\circ^2 + \triangle^2$ の値を求めなさい。

4 $3x^2 - 2x - 12 = 0$ の2つの解を \circ, \triangle とするとき、 $\circ^2 + \triangle^2$ の値を求めなさい。