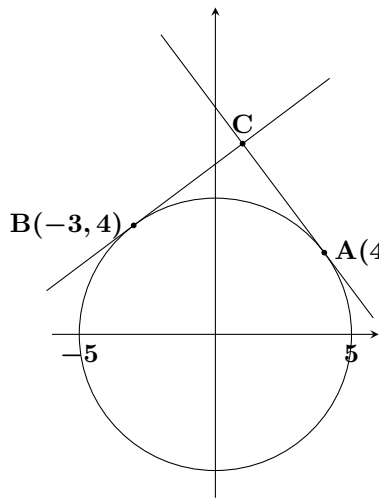


円 $x^2 + y^2 = 25$ ①上の 2 点 $A(4, 3)$, $B(-3, 4)$



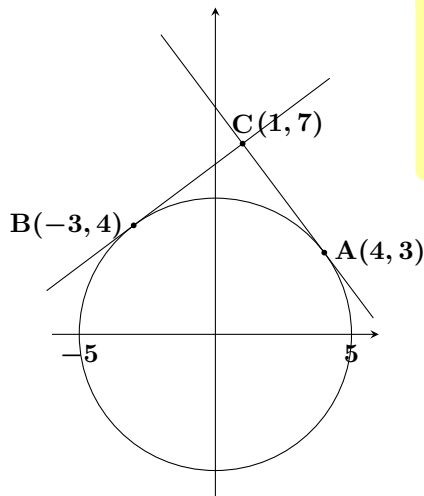
におけるそれぞれの接線の交点を C とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 点 C の座標を求めよ。

(2) 3 点 A, B, C を通る円の方程式を求めよ。

(3) (2)で求めた円と、円①に共通な 2 本の接線を引くとき、この 2 本の接線の交点の座標を求めよ。

(1) 点 C の座標を求めよ



$x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 $P(x_1, y_1)$ における円の接線の方程式は

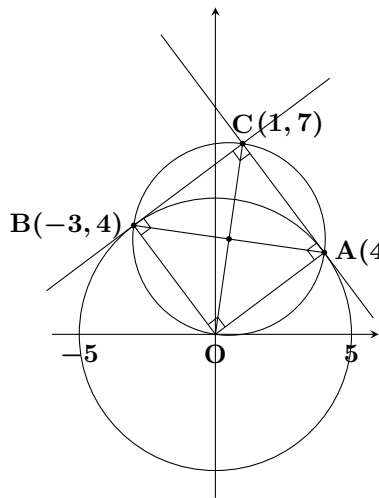
$$x_1x + y_1y = r^2$$

A における接線は $4x + 3y = 25$

B における接線は $-3x + 4y = 25$

連立方程式を解いて $C(1, 7)$ 答

(2) A, B, C を通る円の方程式？



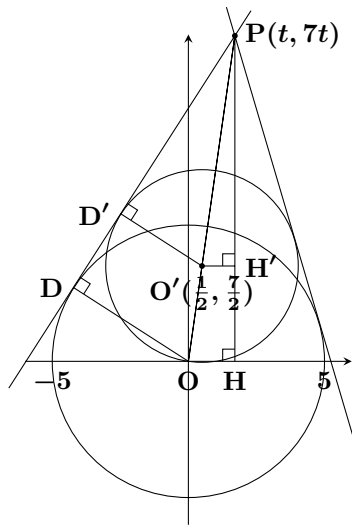
$\angle BCA = 90^\circ$ なので、求める円は中心が OC の中点 $(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ で、半径

は OC の長さ $5\sqrt{2}$ の半分の $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ だ

から

$$\begin{aligned} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 &= \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 &= \frac{25}{2} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

2 円に共通な 2 本の接線を引くとき交点の座標？



点 P は OO' の延長線上 ($y=7x$) にあるので $(t, 7t)$ とおける。

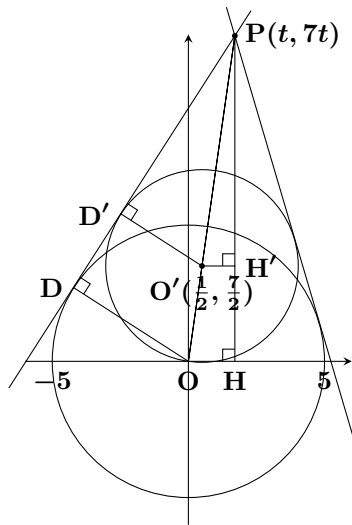
$\triangle PD'O' \sim \triangle PDO$,
 $\triangle PH'O' \sim \triangle PHO$ で、2 つの三角形の相似比は等しいので

$D'O' : O'H' = DO : OH$ となる。

円の半径なので $D'O' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$,

$DO = 5$ で $OH = t$, $O'H' = t - \frac{1}{2}$

2 円に共通な 2 本の接線を引くとき交点の座標？



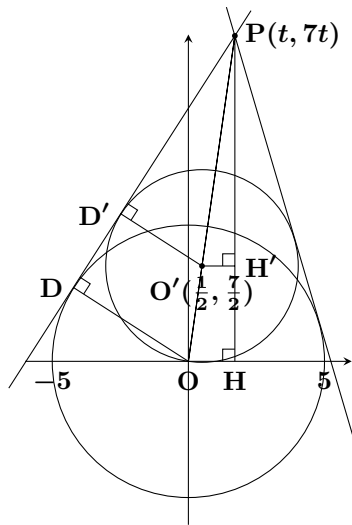
$D'O' : O'H' = DO : OH$ に代入して
 $\frac{5\sqrt{2}}{2} : \left(t - \frac{1}{2}\right) = 5 : t$ に代入して

$$\frac{5\sqrt{2}}{2} t = 5 \left(t - \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} t = t - \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) t = -\frac{1}{2}$$

2 円に共通な 2 本の接線を引くとき交点の座標？



$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)t = -\frac{1}{2}$$

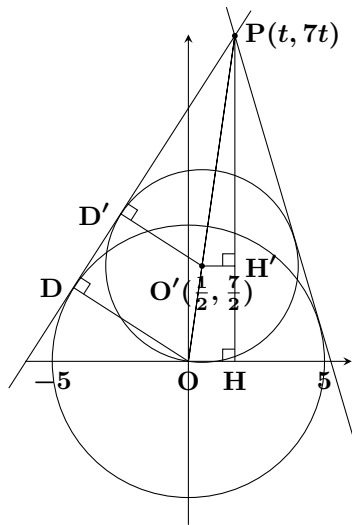
$$\frac{\sqrt{2}-2}{2}t = -\frac{1}{2}$$

$$(\sqrt{2}-2)t = -1$$

$$t = \frac{-1}{\sqrt{2}-2} \quad (\text{有理化})$$

$$t = \frac{-(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}$$

2 円に共通な 2 本の接線を引くとき交点の座標？



$$t = \frac{-(\sqrt{2}+2)}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}$$

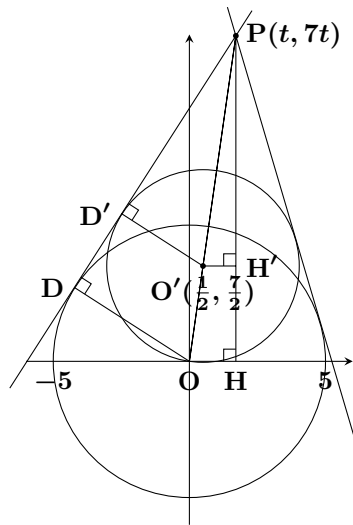
$$t = \frac{-(\sqrt{2}+2)}{2-4}$$

$$t = \frac{-(\sqrt{2}+2)}{-2}$$

$$t = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$$



2 円に共通な 2 本の接線を引くとき交点の座標？



$P(t, 7t)$ に $t = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$ を代入して

$$P\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}, \frac{7\sqrt{2}+14}{2}\right) \quad \boxed{\text{答}}$$

※ 私は図形の相似比を使うことを思いつかなくて失敗しました