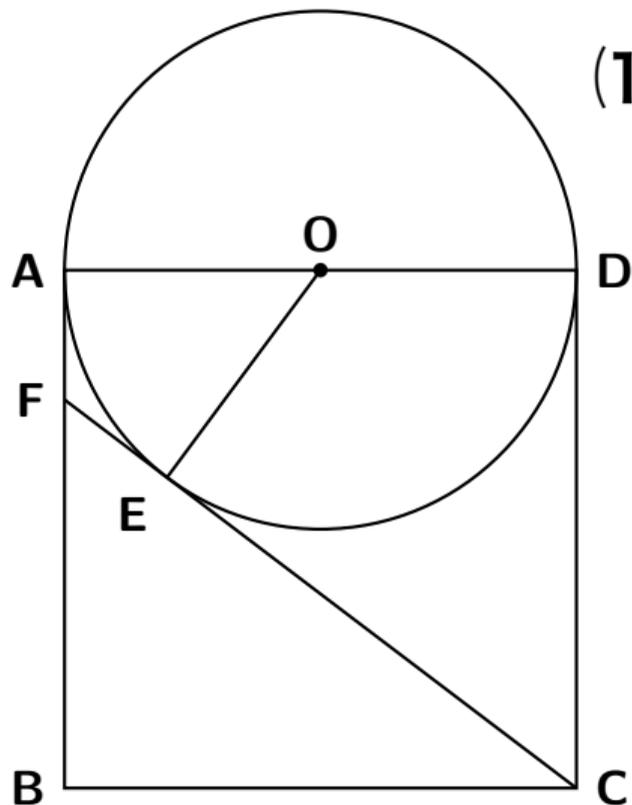
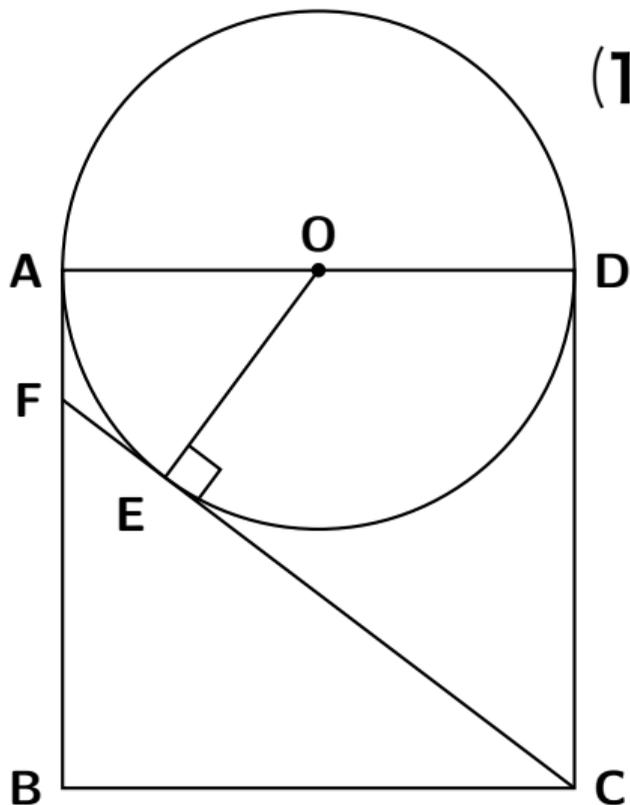


右の図のように、1 辺の長さが 1 cm の正方形 ABCD があり、辺 AD を直径とし、点 O を中心とする円 O がある。点 C から円 O に接線をひき、点 D でない接点を E とし、接線 CE と辺 AB との交点を F とする。このとき、次の(1)～(4)の各問いに答えなさい。



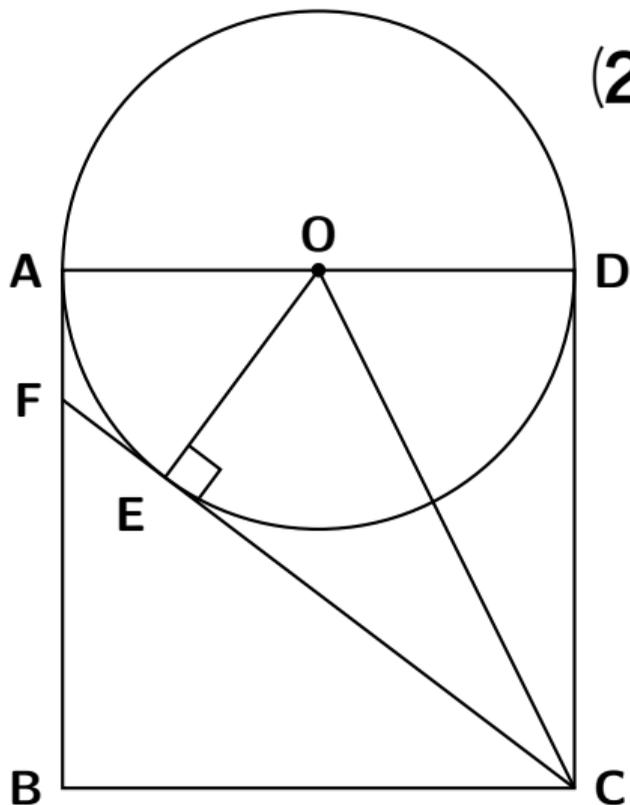
(1) $\angle OEC$ の大きさを求めなさい。



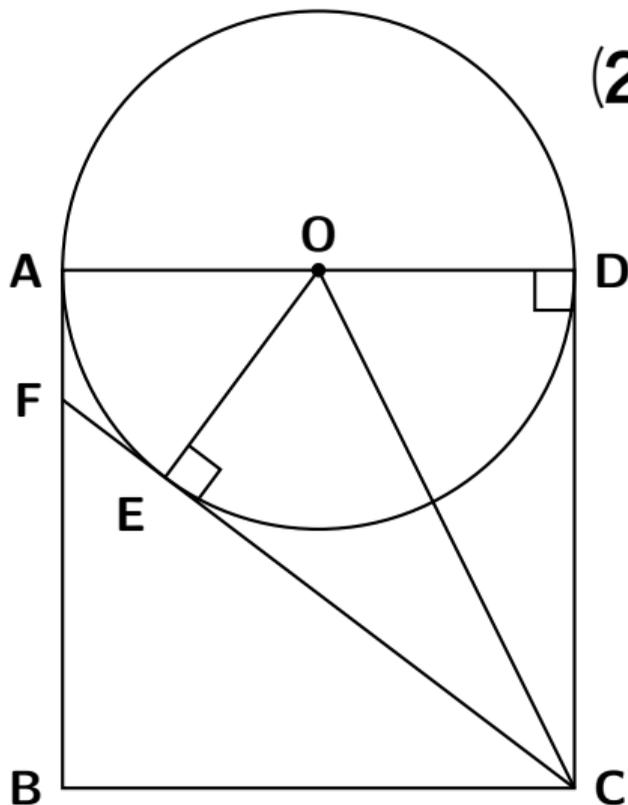
(1) $\angle OEC$ の大きさを求めなさい。

CF は接線なので

$$\angle OEC = 90^\circ \quad \boxed{\text{答}}$$



(2) $\triangle OCD \equiv \triangle OCE$ であることを証明
しなさい。



(2) $\triangle OCD \equiv \triangle OCE$ であることを証明
 下さい。

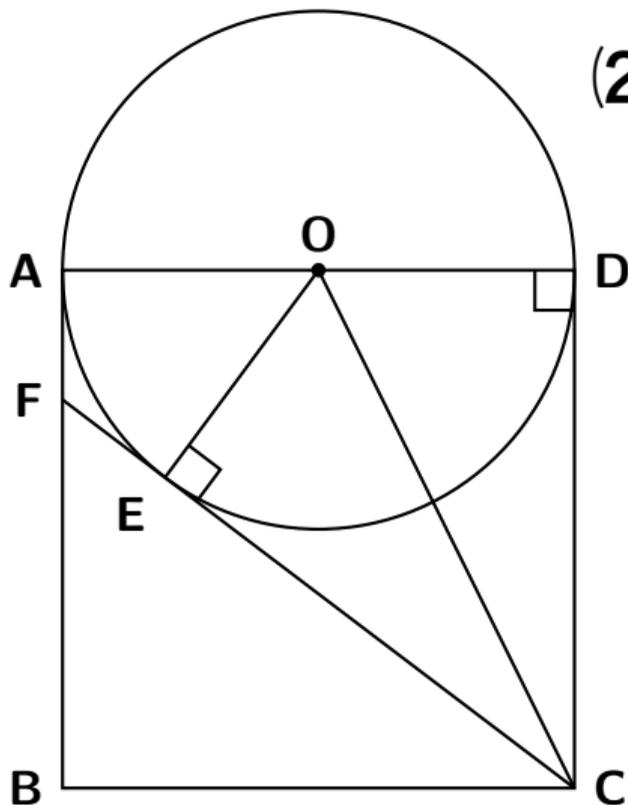
$\triangle OCD$ と $\triangle OCE$ において
 四角形 ABCD は正方形だから

$$\angle ODC = 90^\circ$$

直線 CF と円 O は点 E で接するので

$$\angle OEC = 90^\circ$$

つまり $\angle ODC = \angle OEC = 90^\circ \dots \textcircled{1}$



(2) $\triangle OCD \equiv \triangle OCE$ であることを証明しなさい。

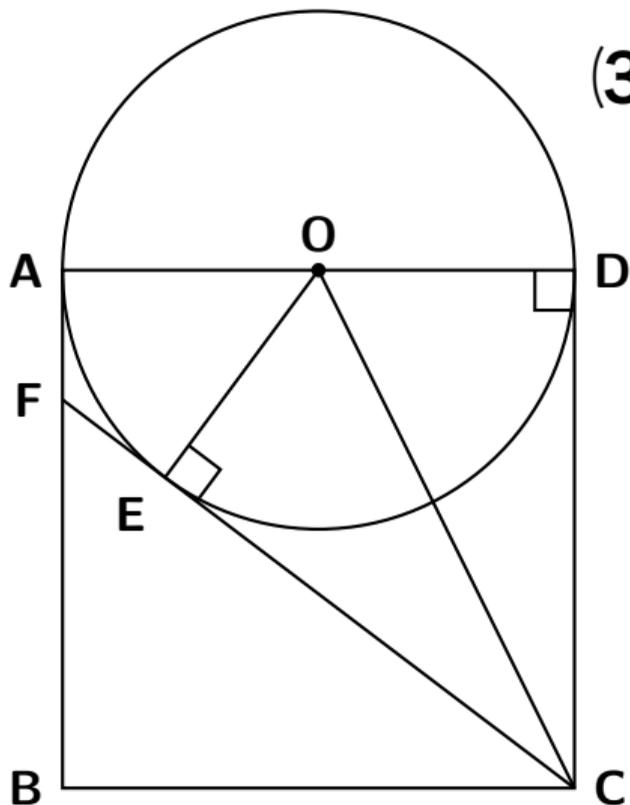
OC は共通だから $OC = OC \dots \textcircled{2}$

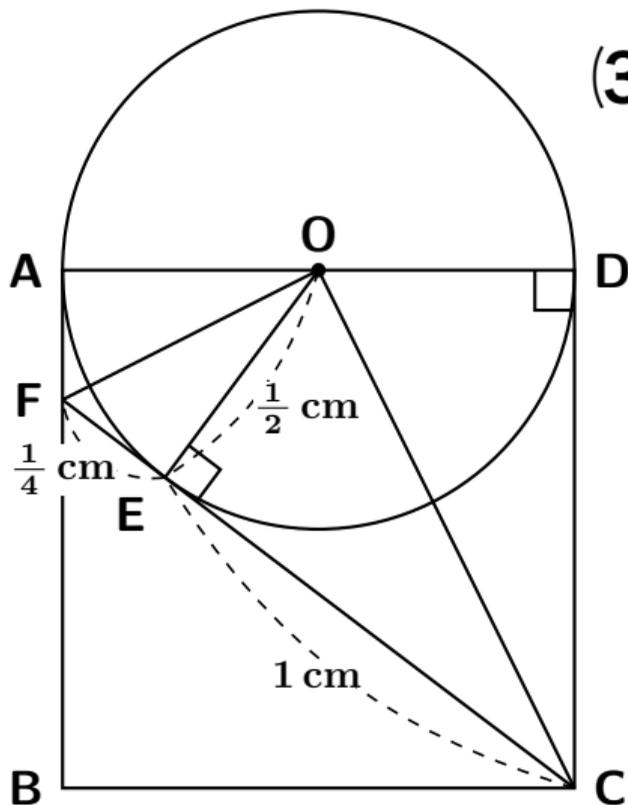
線分 OD、線分 OE はともに円 O の半径だから $OD = OE \dots \textcircled{3}$

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の 1 辺が、それぞれ等しいので

$$\triangle OCD \equiv \triangle OCE \quad \boxed{\text{答}}$$

(3) 線分 AF の長さを求めなさい。





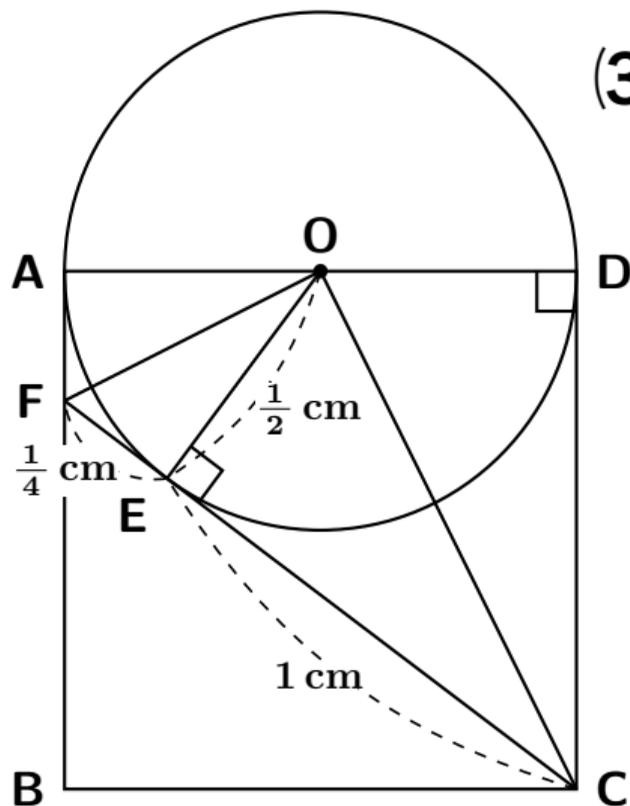
(3) 線分 AF の長さを求めなさい。

$\triangle OEC \sim \triangle FEO$ となるので

$OE:EC = FE:EO$ となる。

OE は半径なので $\frac{1}{2}$ で、C から円への接線なので $EC = DC$ で、 $DC = 1$ なので $EC = 1$ となる。よって

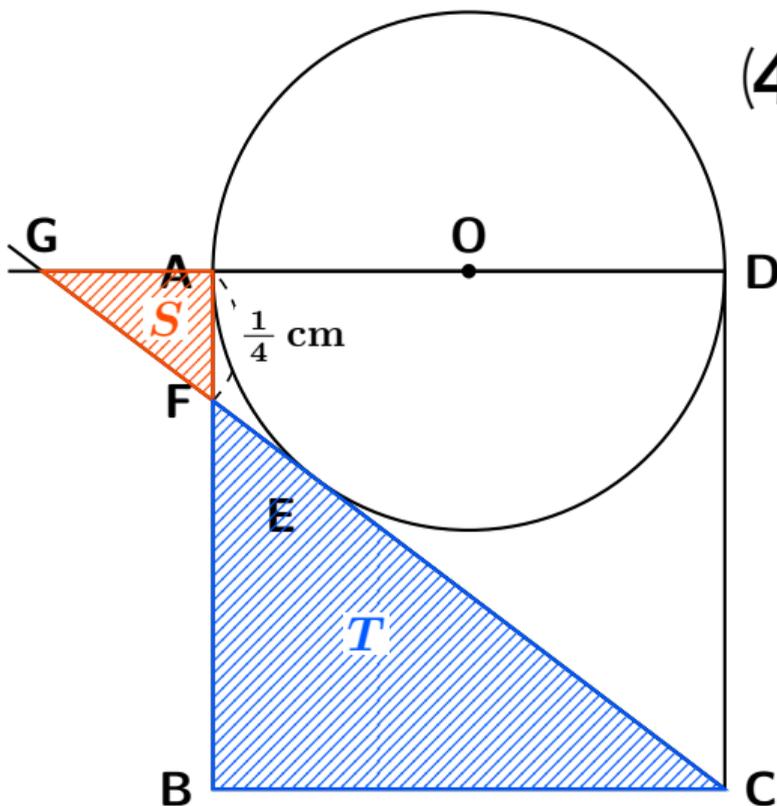
$$\frac{1}{2} : 1 = FE : \frac{1}{2} \text{ から } FE = \frac{1}{4}$$



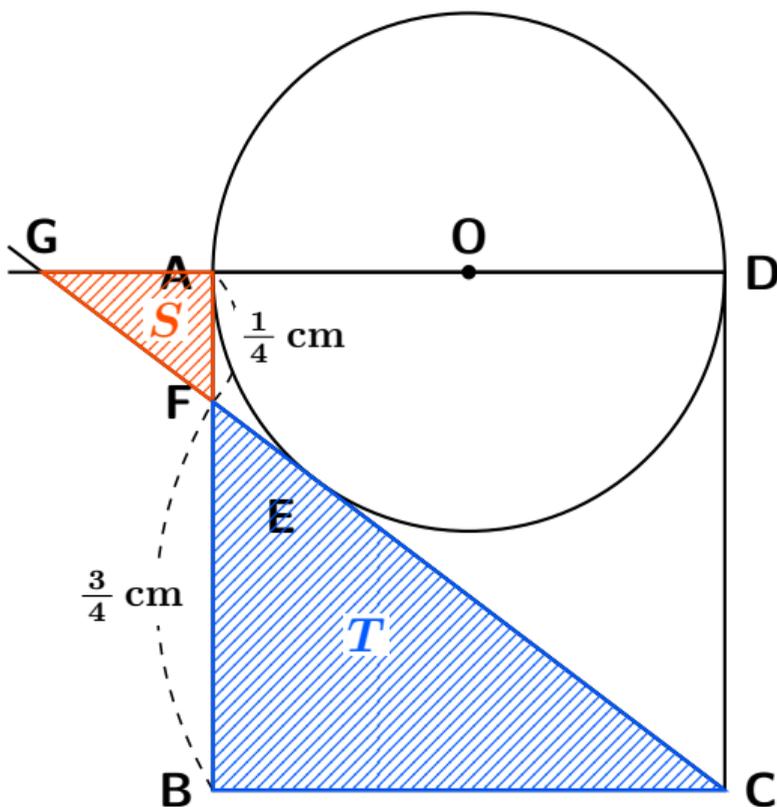
(3) 線分 AF の長さを求めなさい。

F から円への接線なので $FE = FA$ だから

$$AF = \frac{1}{4} \text{ cm} \quad \boxed{\text{答}}$$



- (4) 直線 AD と直線 CF の交点を G とする。 $\triangle AGF$ の面積を S 、 $\triangle BCF$ の面積を T とするとき、 $S:T$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。



正方形の 1 辺は 1 cm なので
 $BF = \frac{3}{4}$ cm となる。

また $\triangle AGF \sim \triangle BCF$ なので、
 面積比は辺の長さの 2 乗に比例
 するので

$$\begin{aligned}
 S:T &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 \\
 &= \frac{1}{16} : \frac{9}{16} = 1:9 \quad \boxed{\text{答}}
 \end{aligned}$$