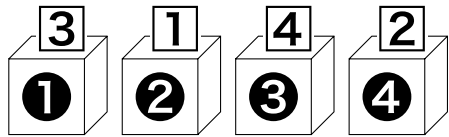


【出典】数研出版 4STEP 数学 II+B+C

4つの箱があり、その箱に、それぞれ1, 2, 3, 4の番号がつけられている。1, 2, 3, 4の番号がつけられている4枚のカードを1枚ずつ入れるとき、カードの番号と箱の番号が一致したものの個数を X とする。このとき、 X の確率分布と、 $P(X > 2)$, $P(X \leq 2)$ を求めよ。

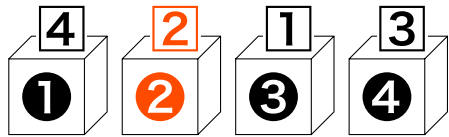
X は 0, 1, 2, 4 だけです！



$$X = 0$$

箱とカード番号がすべて違うとき

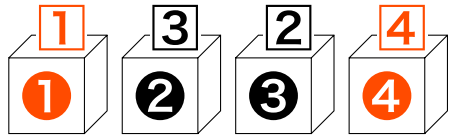
X は 0, 1, 2, 4 だけです！



$$X = 1$$

箱とカード番号が 1 つだけ
一致するとき

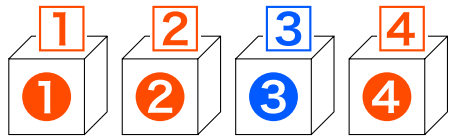
X は 0, 1, 2, 4 だけです！



$$X = 2$$

箱とカード番号が 2 つ一致
するとき

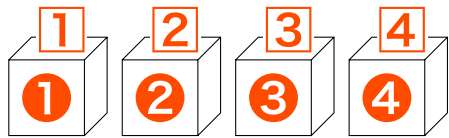
X は 0, 1, 2, 4 だけです！



$$X = 3$$

箱とカード番号が 3 つ一致するときは、残りの 1 つは番号が一致する箱に入ることになるので 4 つとも一致することになる（つまり $X = 4$ だ！）

$X=4$ のとき

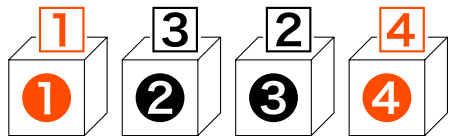


X	0	1	2	4	計
P				$\frac{1}{24}$	1

$\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{4}$ の並べ方は全部で $4! = 24$ 通り

そのうち $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$ の並びになるのは 1 通りなので、 $P(X=4) = \frac{1}{24}$

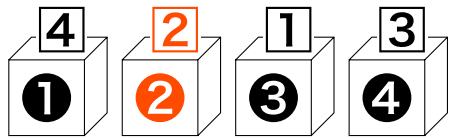
$X=2$ のとき



X	0	1	2	4	計
P			$\frac{6}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

4つの箱のうち2つの箱を選んで、箱と同じカードを入れて (${}_4C_2=6$) 残りの箱は箱と違うカードを入れる1通りしかないので $P(X=2)=\frac{6}{24}$

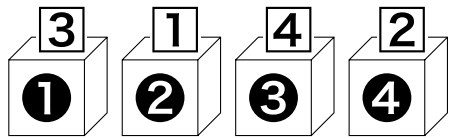
$X=1$ のとき



X	0	1	2	4	計
P		$\frac{8}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

4つの箱のうち1つの箱を選んで、箱と同じカードを入れて(4通り)箱①には③, ④のどちらかで、箱③には残りの①, ③のうち①しか入れられないので $4 \times 2 = 8$ 通り だから $P(X=1) = \frac{8}{24}$

$X=0$ のとき



X	0	1	2	4	計
P	$\frac{9}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

余事象を考えて

$$P(X=0) = 1 - \left(\frac{8}{24} + \frac{6}{24} + \frac{1}{24} \right) = \frac{9}{24}$$

よって

X	0	1	2	4	計
P	$\frac{9}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

答

$$P(X > 2) = P(X = 4) = \frac{1}{24} \quad \text{答}$$

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= 1 - P(X > 2) \\ &= 1 - P(X = 4) = 1 - \frac{1}{24} = \frac{23}{24} \quad \text{答} \end{aligned}$$