

油分け算

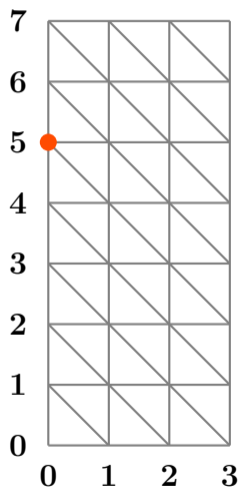
江戸時代のミリオンセラー数学書^{じんこうき}塵劫記 [web](#) という本に載っている問題です。

問題

10 ㍓、7 ㍓、3 ㍓の容器があり、10 ㍓の容器は油で一杯です。

油を入れ替えて 5 ㍓ずつに分けてください。

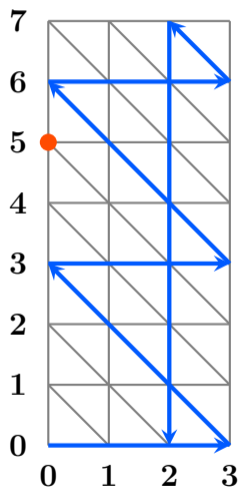
油分け算



5 ㇿずつに分けるには、10 ㇿと 7 ㇿ容器に 5 ㇿずつ入れるしかない。これは左図の赤点で表される。

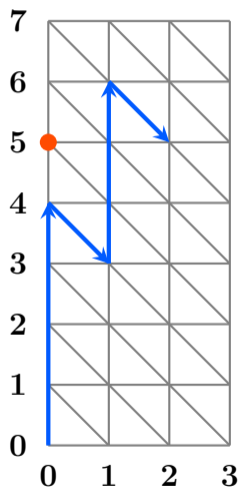
(7 ㇿ容器と 3 ㇿ容器のみを表しています)

油分け算



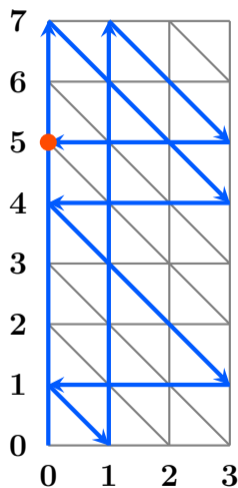
容器に目盛りはなく、分量を量って途中まで注ぐことはできないので、左図のように突き当たりまで行かなければならない。(左のような移動は OK)

油分け算



左のような移動はダメ（突き当たりまで行かずに、途中で止まっているので）

油分け算



赤点まで行くための、最短経路は左の通り。

これを $(10 \text{ ㊦}, 7 \text{ ㊦}, 3 \text{ ㊦})$ 容器で表すと $(10, 0, 0) \Rightarrow (3, 7, 0)$

$\Rightarrow (3, 4, 3) \Rightarrow (6, 4, 0)$

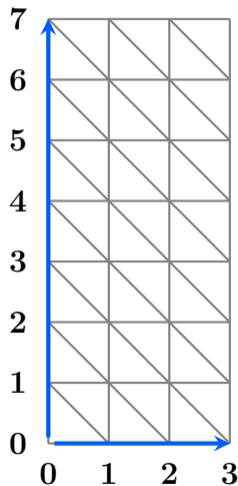
$\Rightarrow (6, 1, 3) \Rightarrow (9, 1, 0)$

$\Rightarrow (9, 0, 1) \Rightarrow (2, 7, 1)$

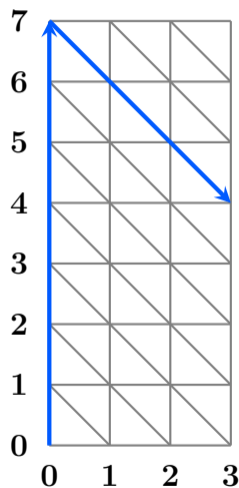
$\Rightarrow (2, 5, 3) \Rightarrow (5, 5, 0)$

もっと考えよう

1手目は上・右のどちらかしかない

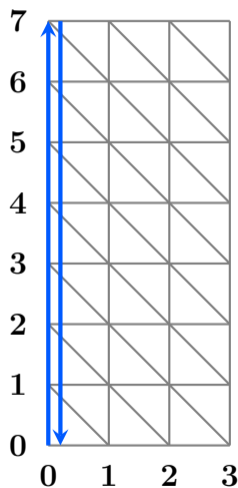


もっと考えよう



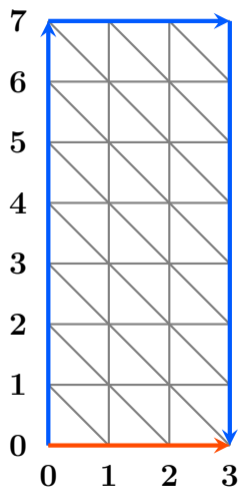
1 手目で上に行くとする
と 2 手目は右下に行くしかない

もっと考えよう



なぜなら 2 手目で下に行くとスタートに戻ってしまうので意味がない。つまり来た経路を戻ること
は無意味

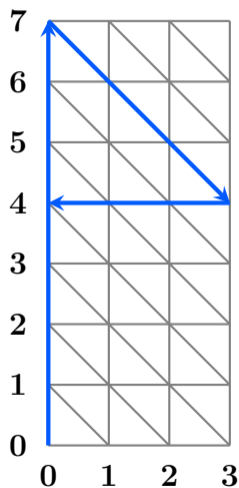
もっと考えよう



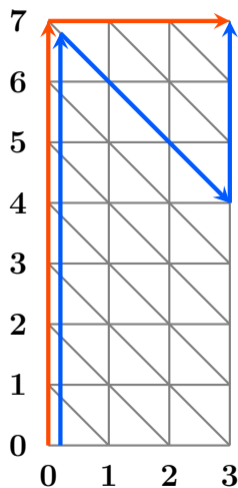
2手目で右に行くと3手目で下に行くことになる。だったら1手目で右に行くのと変わらないので遠回りだ

もっと考えよう

2手目で $(3, 4)$ に行くと、3手目は左に行くしかない

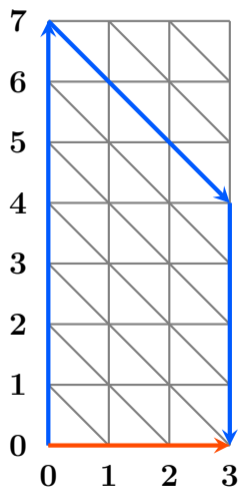


もっと考えよう



なぜなら 3 手目で上に行くなら、
2 手目で右に行く方が最短経路に
なるので遠回りになる

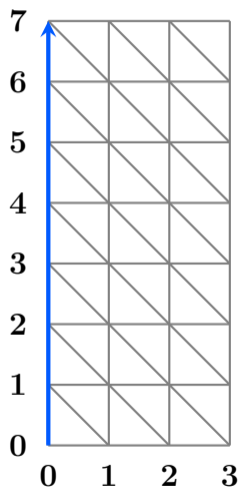
もっと考えよう



3 手目で下に行くなら、1 手目で右に行く方が最短経路になるので遠回りになる

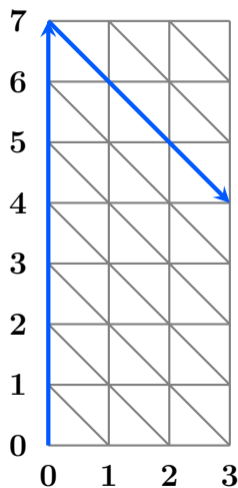
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



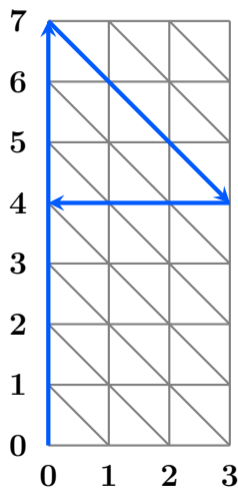
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



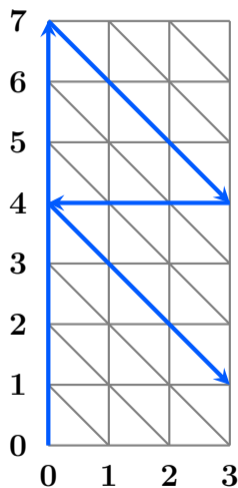
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



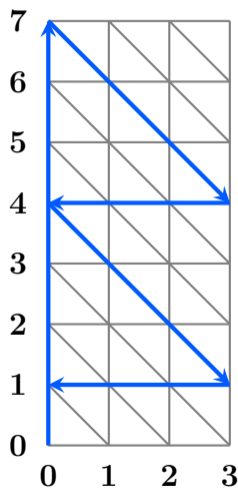
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



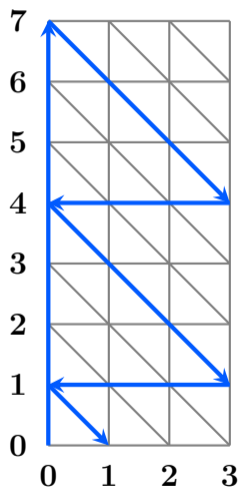
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



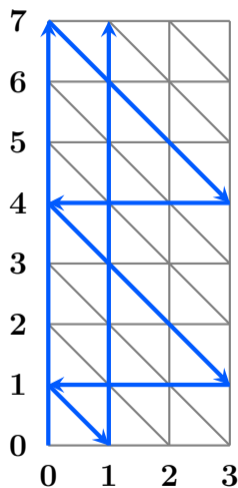
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



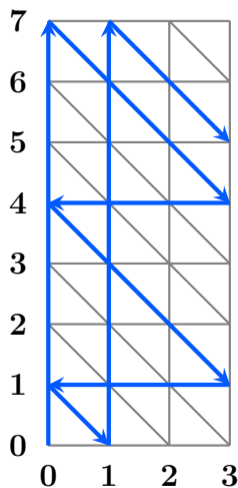
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



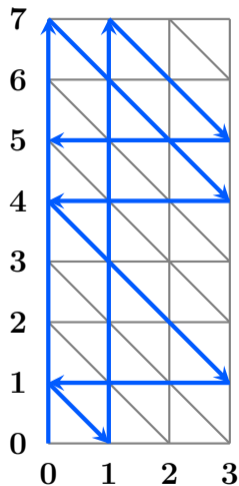
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



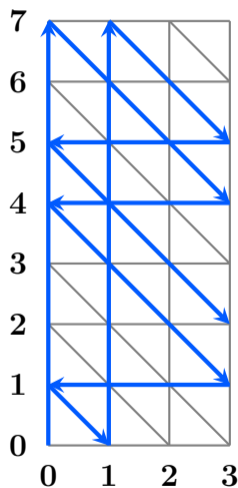
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



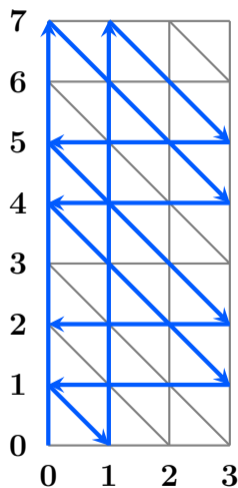
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



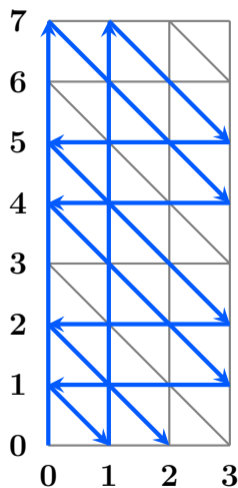
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



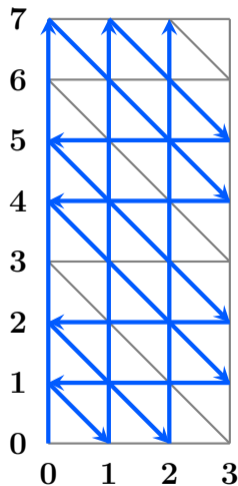
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



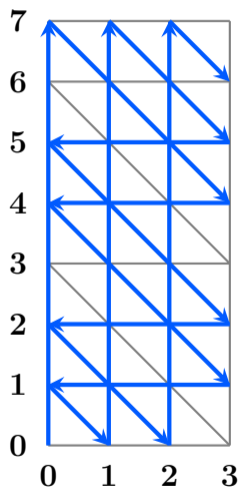
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



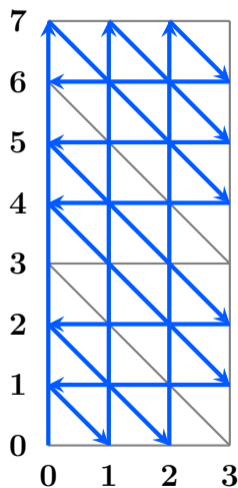
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



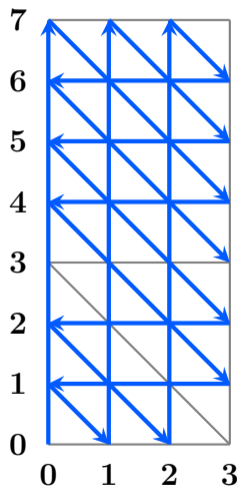
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



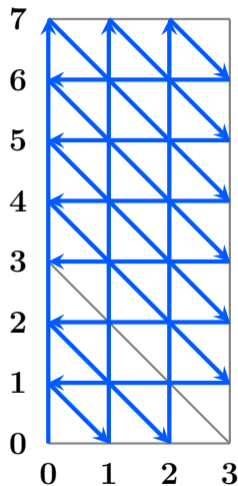
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



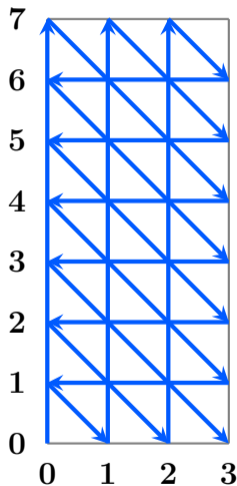
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる



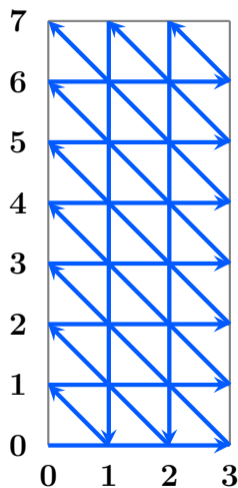
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる

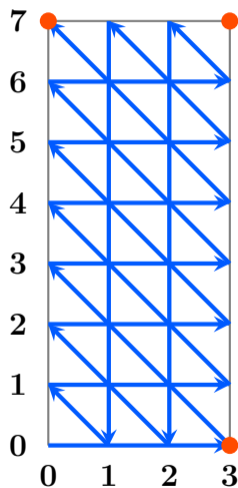


もっと考えよう

1手目で右に行った場合は、左の
ような一本道になる



もっと考えよう



隅の点は 1 手目または 2 手目で行けるが、それ以外の点は今、説明した経路のいずれかで到達できる。後はどちらの経路で行けば最短となるかの問題だ

油分け算

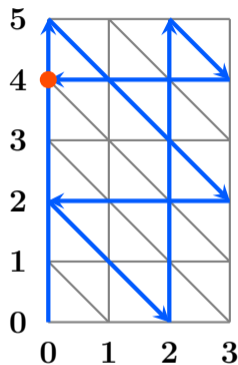
問題

8 ㍓、5 ㍓、3 ㍓の容器があり 8 ㍓の容器は油で一杯です。

油を入れ替えて 4 ㍓ずつに分けてください。

の場合は、8 ㍓と 5 ㍓容器に 4 ㍓ずつ入れるしかないなので、次のようになる。

油分け算



(8 ㊺, 5 ㊺, 3 ㊺) 容器で表すと

$$(8, 0, 0) \Rightarrow (3, 5, 0)$$

$$\Rightarrow (3, 2, 3) \Rightarrow (6, 2, 0)$$

$$\Rightarrow (6, 0, 2) \Rightarrow (1, 5, 2)$$

$$\Rightarrow (1, 4, 3) \Rightarrow (4, 4, 0)$$

油分け算

問題

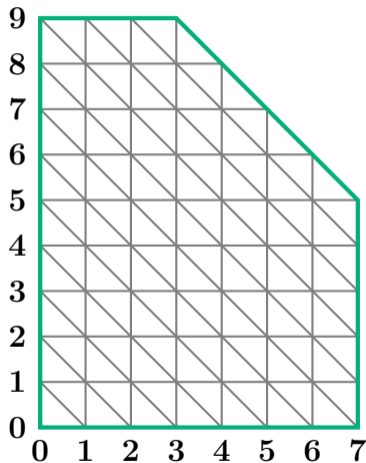
12 ㍓、9 ㍓、7 ㍓の容器があり 12 ㍓の容器は油で一杯です。

油を入れ替えて 1 ㍓だけ量りとってください。

の場合は、どの容器に 1 ㍓入れてもよいので次のようになる。

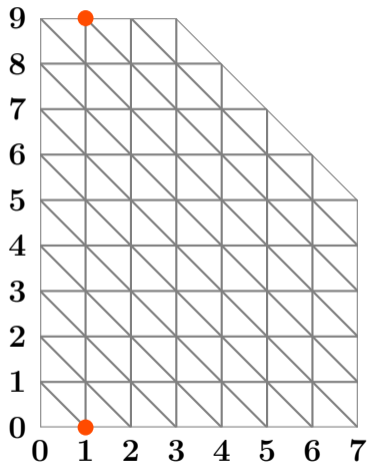
油分け算

容器の途中まで注ぐことはできないので、外周の点を選ぶ必要がある。



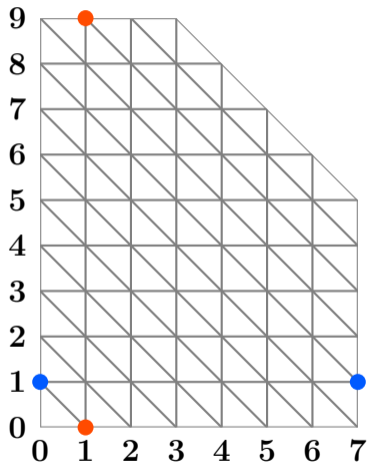
油分け算

7 ㍻容器に 1 ㍻量り取るには赤点となる。

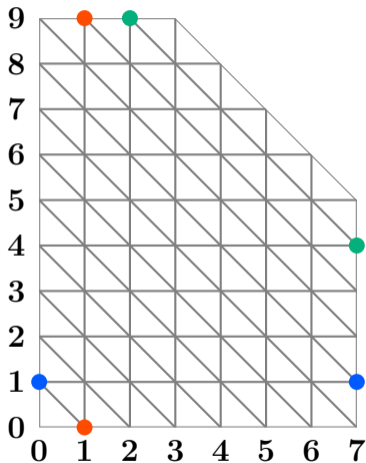


油分け算

9 ㍻容器に 1 ㍻量り取るには青点となる。



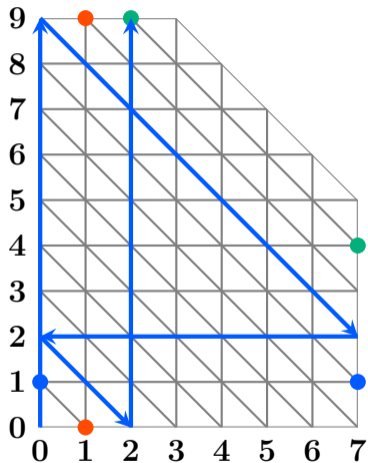
油分け算



12 ㊳容器に 1 ㊳量り取るには**緑点**となる。(9 ㊳容器と 7 ㊳容器の合計が 11 ㊳になればよい)

油分け算

どこかの点に最短経路で行くためには、左図のようになる。



油分け算

(12 ㍓, 9 ㍓, 7 ㍓) 容器で表すと

$$\begin{aligned} (12, 0, 0) &\Rightarrow (3, 9, 0) \\ &\Rightarrow (3, 2, 7) \Rightarrow (10, 2, 0) \\ &\Rightarrow (10, 0, 2) \Rightarrow (1, 9, 2) \end{aligned}$$

