

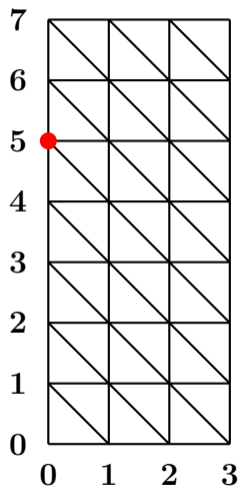
油分け算

江戸時代のミリオンセラー数学書「^{じんこうき}塵劫記」という本に載っている問題です。

問題 10 リツ 、7 リツ 、3 リツ の容器があり、10 リツ の容器は油で一杯です。

油を入れ替えて5 リツ ずつに分けてください。

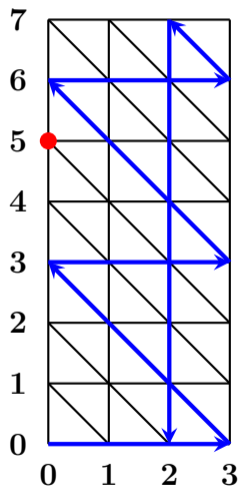
油分け算



5リットルずつに分けるには、10リットルと7リットル容器に5リットルずつ入れるしかない。これは左図の赤点で表される。

(7リットル容器と3リットル容器のみを表しています)

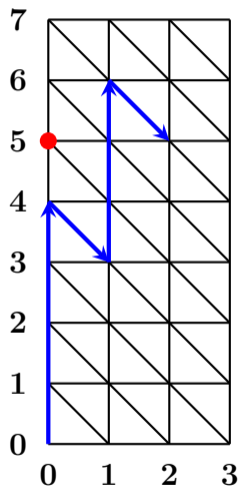
油分け算



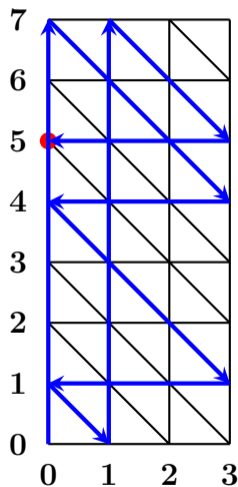
容器に目盛りはなく、分量を量って途中まで注ぐことはできないので、左図のように突き当たりまで行かなければならない。(左のような移動はOK)

油分け算

左のような移動はダメ（突き当たりまで行かずに、途中で止まっているので）



油分け算



赤点まで行くための、最短経路は左の通り。

これを $(10 \text{ ㊦}, 7 \text{ ㊦}, 3 \text{ ㊦})$ 容器で表すと $(10, 0, 0) \Rightarrow (3, 7, 0)$

$\Rightarrow (3, 4, 3) \Rightarrow (6, 4, 0)$

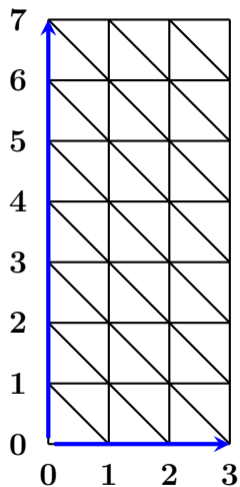
$\Rightarrow (6, 1, 3) \Rightarrow (9, 1, 0)$

$\Rightarrow (9, 0, 1) \Rightarrow (2, 7, 1)$

$\Rightarrow (2, 5, 3) \Rightarrow (5, 5, 0)$

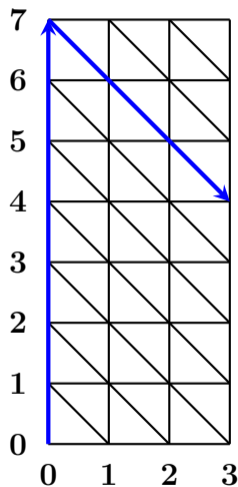
もっと考えよう

1手目は上・右のどちらかしかない。

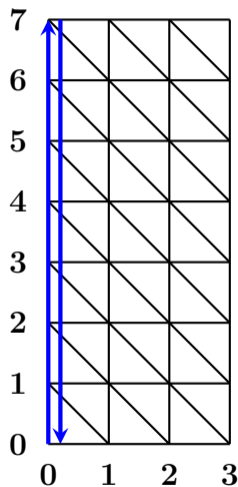


もっと考えよう

1手目で上に行くとする
と2手目は右下に行くしかない。

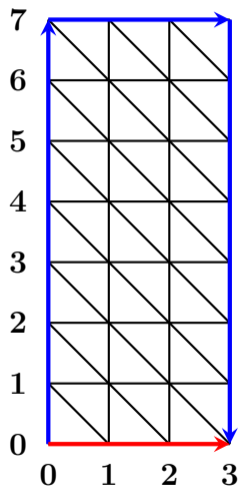


もっと考えよう



なぜなら2手目で下に行くとスタートに戻ってしまうので意味がない。つまり来た経路を戻ること
は無意味。

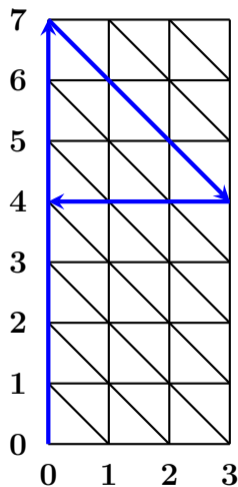
もっと考えよう



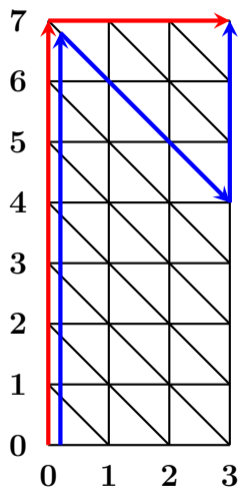
2手目で右に行くと3手目で下に行くことになる。だったら1手目で右に行くのと変わらないので遠回りだ。

もっと考えよう

2手目で $(3, 4)$ に行くと、3手目は左に行くしかない



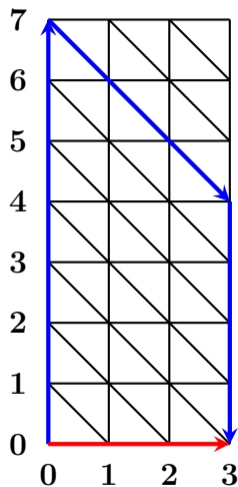
もっと考えよう



なぜなら3手目で上に行くなら、
2手目で右に行く方が最短経路
になるので遠回りになる。

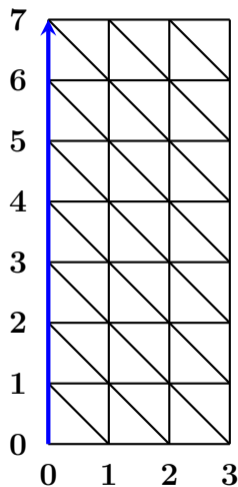
もっと考えよう

3手目で下に行くなら、1手目で右に行く方が最短経路になるので遠回りになる。



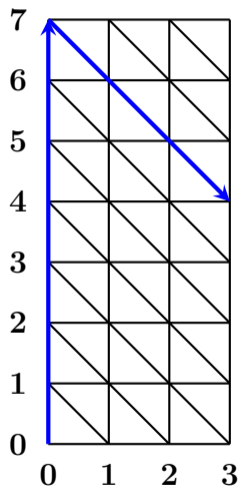
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



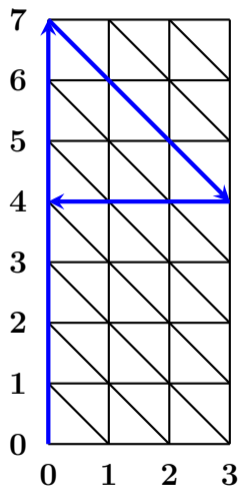
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



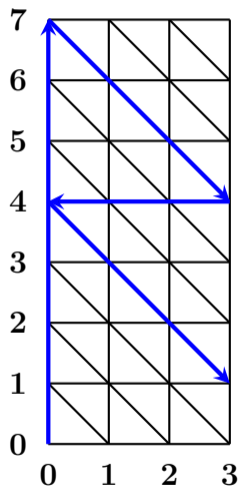
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



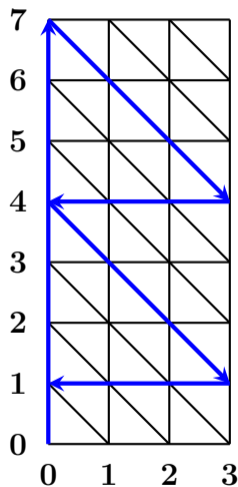
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



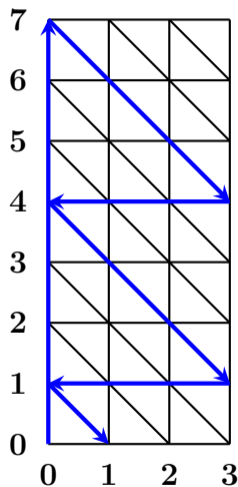
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



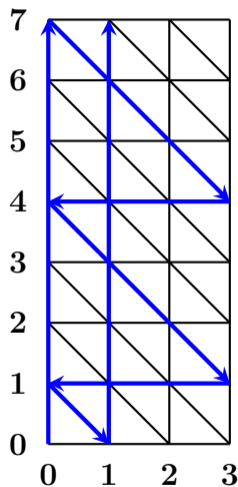
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



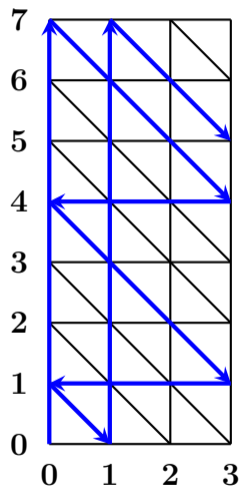
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



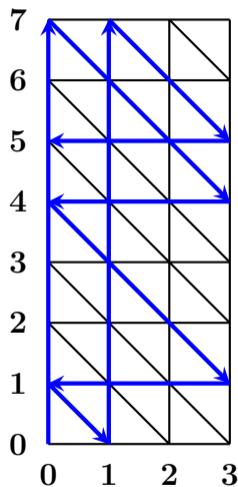
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



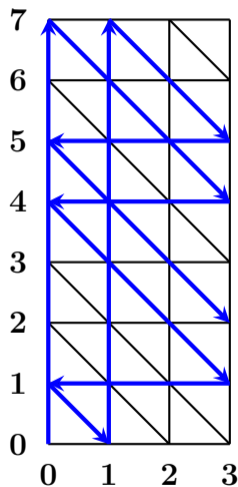
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



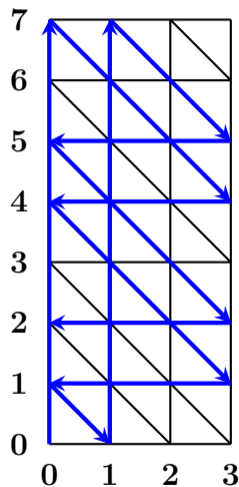
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



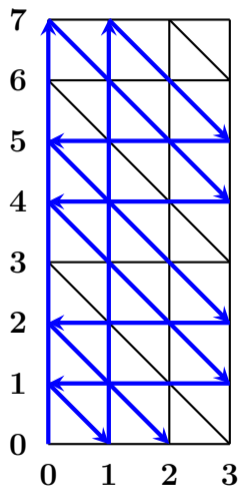
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



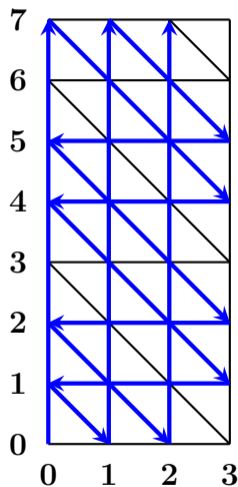
もっと考えよう

結局 1 手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



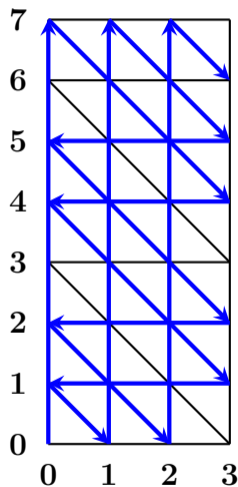
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



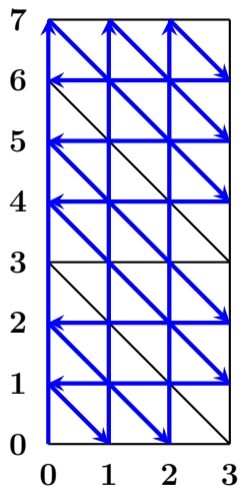
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



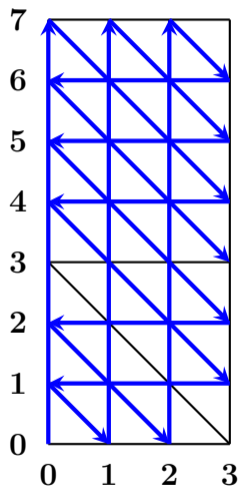
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



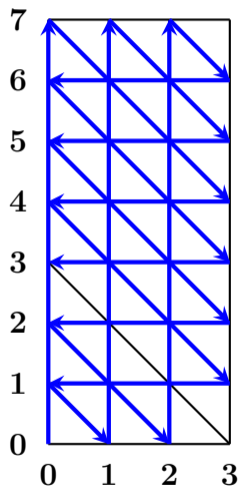
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



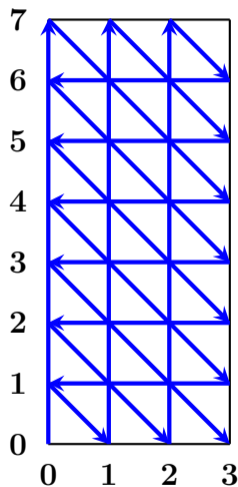
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。



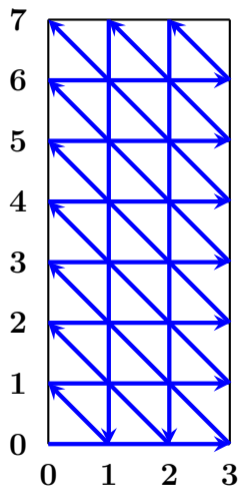
もっと考えよう

結局1手目で上に行った場合は、
左のような一本道になる。

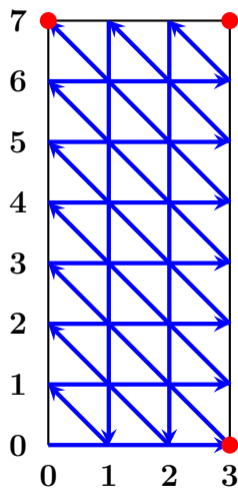


もっと考えよう

1手目で右に行った場合は、左の
ような一本道になる。



もっと考えよう



隅の点は1手目または2手目で行けるが、それ以外の点は今、説明した経路のいずれかで到達できる。後はどちらの経路で行けば最短となるかの問題だ。

油分け算

問題 8リットル、5リットル、3リットルの容器があり8リットルの容器は油で一杯です。

油を入れ替えて4リットルずつに分けてください。

の場合は、8リットルと5リットル容器に4リットルずつ入れるしかないなので、次のようになる。

油分け算

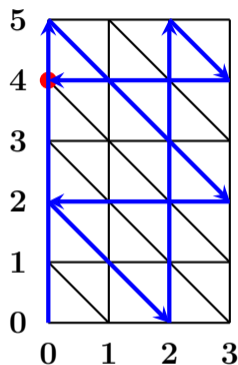
(8 ㊺, 5 ㊺, 3 ㊺) 容器で表すと

$$(8, 0, 0) \Rightarrow (3, 5, 0)$$

$$\Rightarrow (3, 2, 3) \Rightarrow (6, 2, 0)$$

$$\Rightarrow (6, 0, 2) \Rightarrow (1, 5, 2)$$

$$\Rightarrow (1, 4, 3) \Rightarrow (4, 4, 0)$$



油分け算

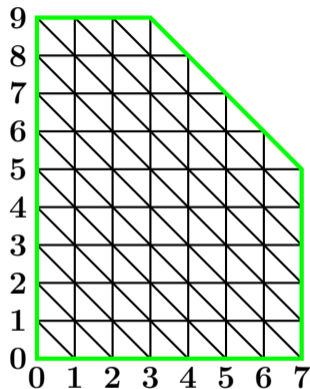
問題 12リットル、9リットル、7リットルの容器があり12リットルの容器は油で一杯です。

油を入れ替えて1リットルだけ量りとってください。

の場合は、どの容器に1リットル入れてもよいので次のようになる。

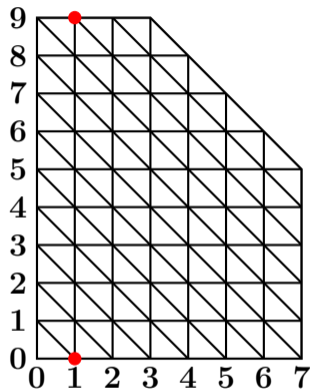
油分け算

容器の途中まで注ぐことはできないので、外周の点を選ぶ必要がある。



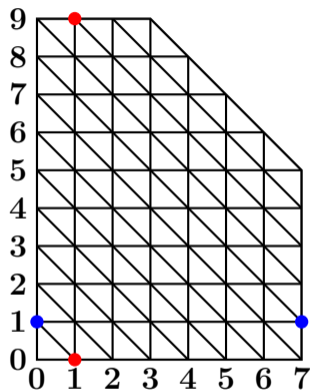
油分け算

7リットル容器に1リットル量り取るには**赤点**となる。



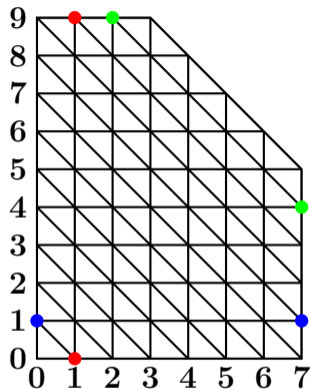
油分け算

9 ㍻容器に 1 ㍻量り取るには青点となる。



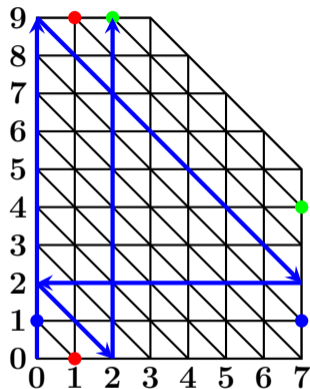
油分け算

12 ㊺容器に 1 ㊺量り取るには**緑点**となる。(9 ㊺容器と 7 ㊺容器の合計が 11 ㊺になればよい)

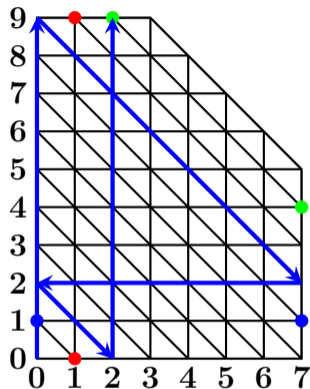


油分け算

どこかの点に最短経路で行くためには、左図のようになる。



油分け算



(12 ㊺, 9 ㊺, 7 ㊺) 容器で表す
と $(12, 0, 0) \Rightarrow (3, 9, 0)$
 $\Rightarrow (3, 2, 7) \Rightarrow (10, 2, 0)$
 $\Rightarrow (10, 0, 2) \Rightarrow (1, 9, 2)$