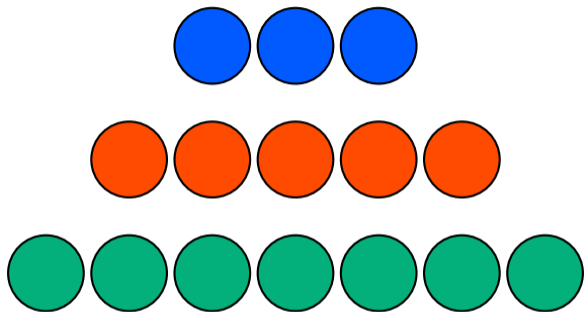
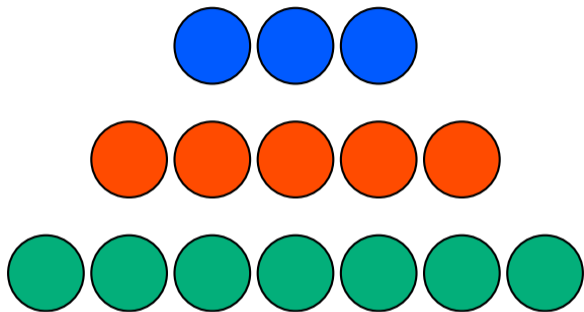


石が「3 個」と「5 個」と「7 個」の 3 山があります。交互に石を取っていき最後にとった方が勝ちというゲームです。

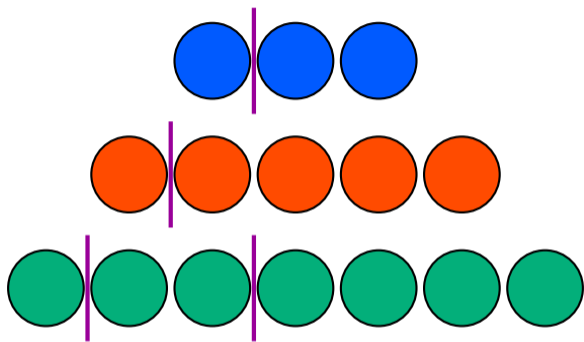


石は 1 度にいくつ取ってもかまいませんが、2 つ以上の山から同時に取ることは出来ません。このゲームの必勝法を考えて下さい。



このゲームは先手必勝
です。先手が上手にと
れば、後手は絶対に勝
てません。

解答



4 個が 1 ペア

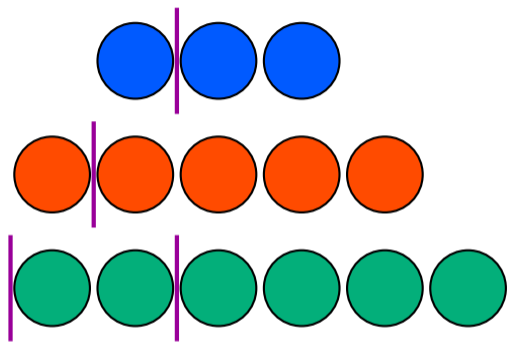
2 個が 1 ペア

1 個は 3 個

(ペアが ↑ できない)

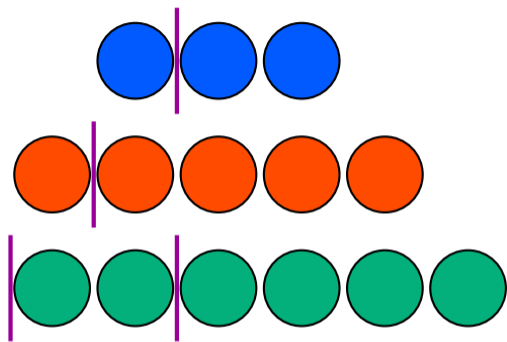
状態です。

解答



先手は青赤緑どれか 1
個取って、1 個 2 個 4
個がペアとなる状態で
後手に渡します。

解答



あとは後手がどのように取っても、常に1個2個4個がペアになる状態で後手に渡せば先手が勝てます。

2 進法がカギ

このゲームは 2 進法が関係しています。

$$2^0 = 1, \quad 2^1 = 2, \quad 2^2 = 4 \text{ です。}$$

1, 2, 4 がペアでない状態は「不安定な状態」といいます。今回の場合は勝てる状態です。

1, 2, 4 がペアの状態は「安定な状態」といいます。今回の場合は負ける状態です。

XOR、排他的論理和、Nim sum

$$0 \oplus 0 = 0 \quad 1 \oplus 0 = 1 \quad 0 \oplus 1 = 1$$

$$1 \oplus 1 = 0$$

$a \oplus b \oplus c = 0$ のときが「安定した状態 (負ける状態)」

$7 \oplus 5 \oplus 3 = 111_{(2)} \oplus 101_{(2)} \oplus 11_{(2)} = 1$ は「不安定な状態 (勝てる状態)」