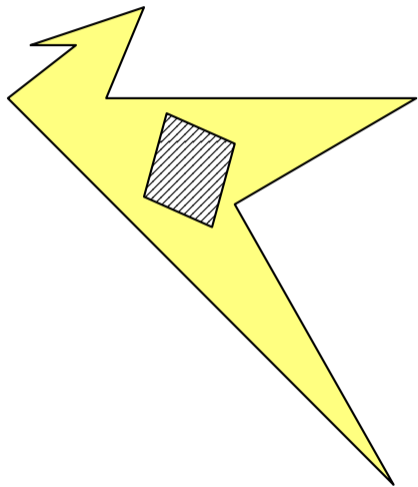


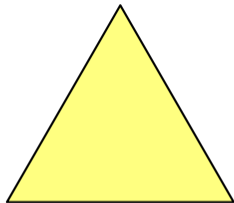
# 問題



左図のような美術館に防犯カメラを設置する場合、館内全体を監視するには最低何台のカメラが必要か？。ただしカメラは  $360^\circ$  見渡せるとします。

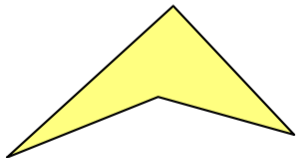
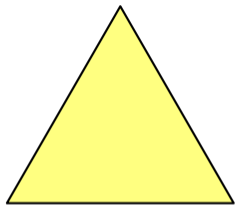
たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第 1 期  
2 時限、問⑨、美術館定理

## 解説



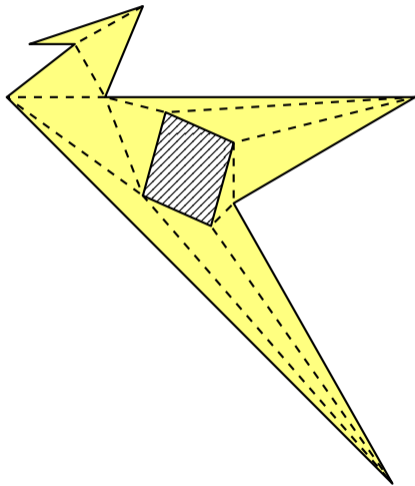
監視範囲が三角形の場合はどこにカメラを付けても必ず 1 台の監視カメラで監視できる。そこで範囲を三角形に分割していく。

## 解説



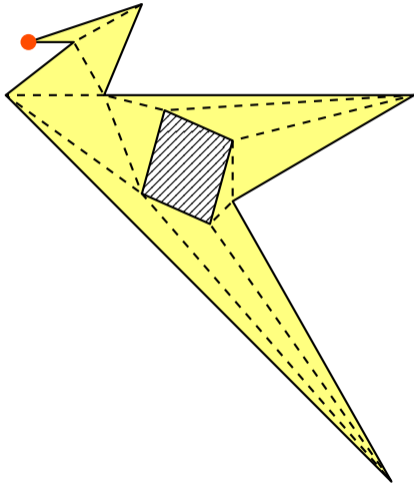
四角形の場合は、四角形の形と監視カメラを設置する場所によっては2台必要な場合も出てくるので不適當だ。

# 解説

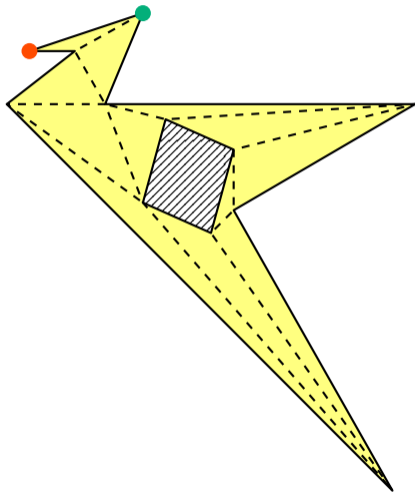


三角形の頂点が赤青緑となるように  
点を置いていく。

# 解説

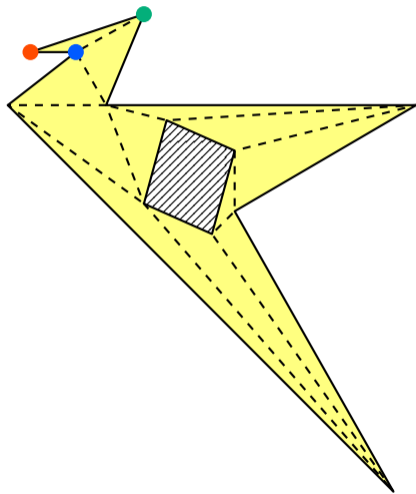


# 解説



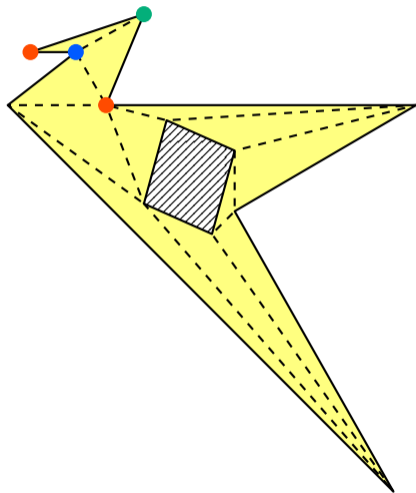
すると自動的に頂点が決まってくる。

# 解説



すると自動的に頂点が決まってくる。

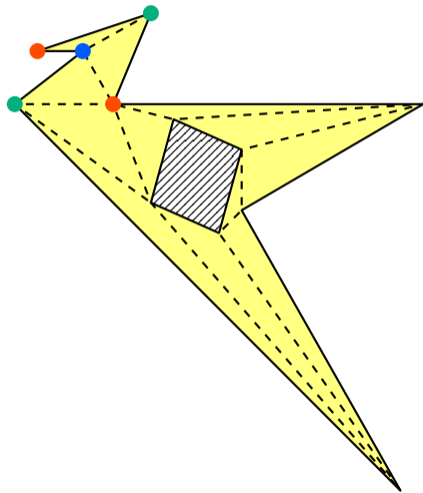
# 解説



すると自動的に頂点が決まってくる。

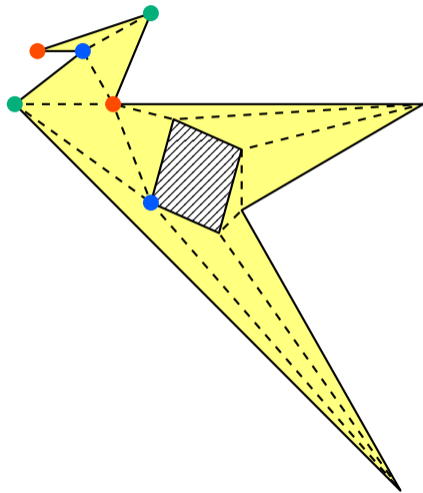


# 解説



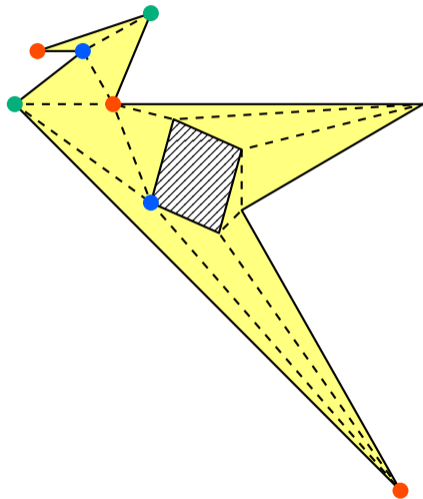
すると自動的に頂点が決まってくる。

# 解説



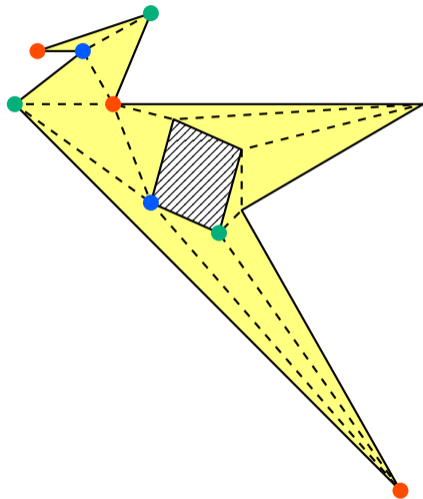
すると自動的に頂点が決まってい  
く。

# 解説



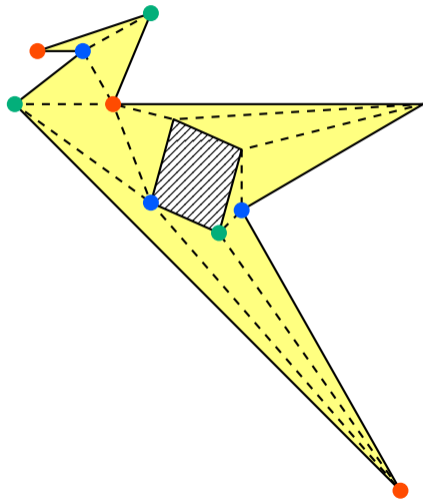
すると自動的に頂点が決まってい  
く。

# 解説



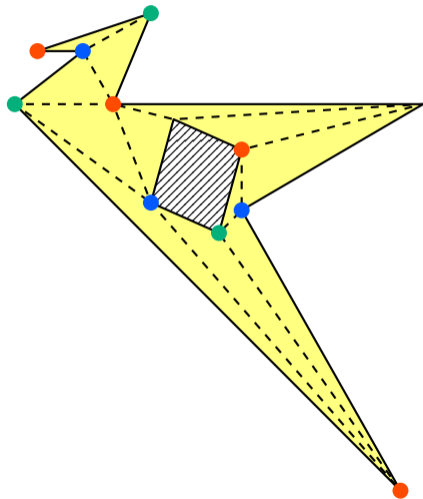
すると自動的に頂点が決まってい  
く。

# 解説



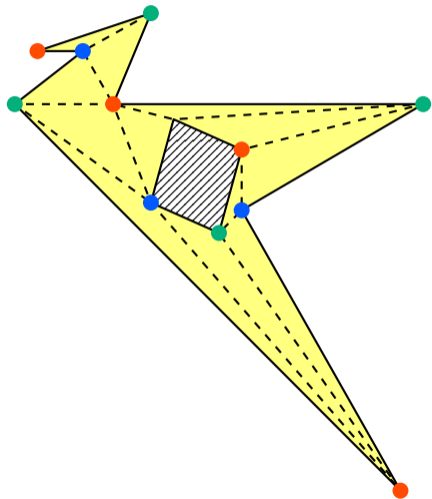
すると自動的に頂点が決まってい  
く。

# 解説



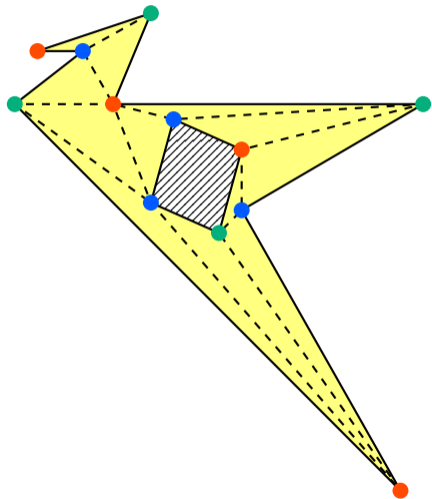
すると自動的に頂点が決まってい  
く。

# 解説



すると自動的に頂点が決まってい  
く。

# 解説

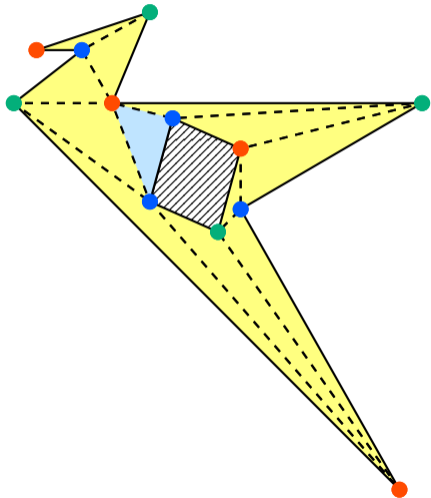


すると自動的に頂点が決まってい  
く。

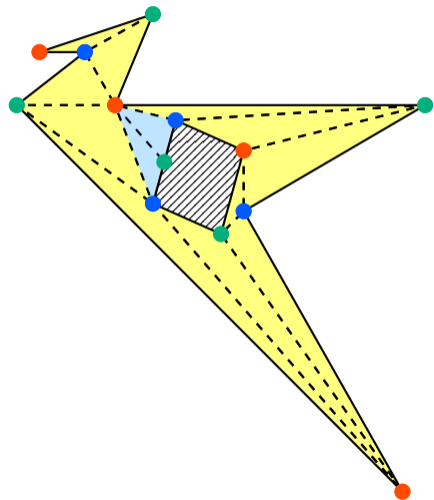


# 解説

頂点が赤青緑とならないときは

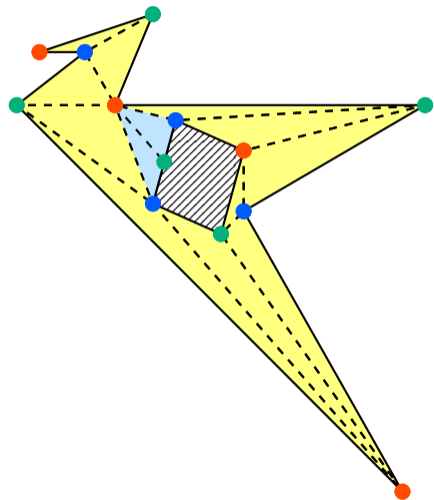


# 解説



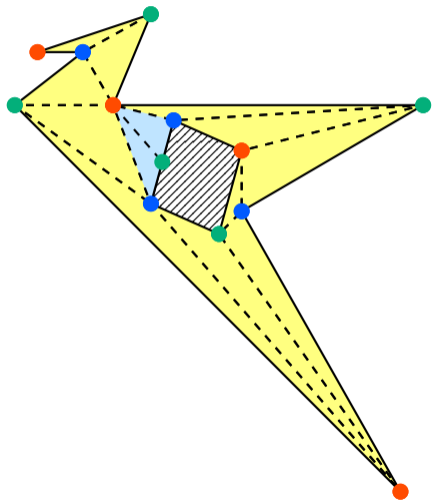
もう一つ適当に頂点を作って三角形に分割する。

## 解説



最初の頂点の数は 12 個、三角形が赤青緑の三色セットとならなかつたので追加した緑点が 1 個、合計 13 個の頂点ができる

# 解説



赤青緑のうち、どれかは

$$\lfloor \frac{13}{3} \rfloor = 4 \text{ 個以下となる。}$$

「 $\lfloor$ 」は小数点以下を切り捨てる記号

その色はどの三角形にもあるので、  
そこにカメラを設置すればよい

## 解説

監視カメラの台数は  $\left\lceil \frac{\text{元々の頂点の数} + \text{穴の数}}{3} \right\rceil$  あれば十分だということ  
が分かっている。

## 解説

監視カメラの台数は  $\left\lfloor \frac{\text{元々の頂点の数} + \text{穴の数}}{3} \right\rfloor$  あれば十分だということが分かっている。



最初は穴（柱）がない場合が証明されて（この場合を「美術館定理」というらしい）

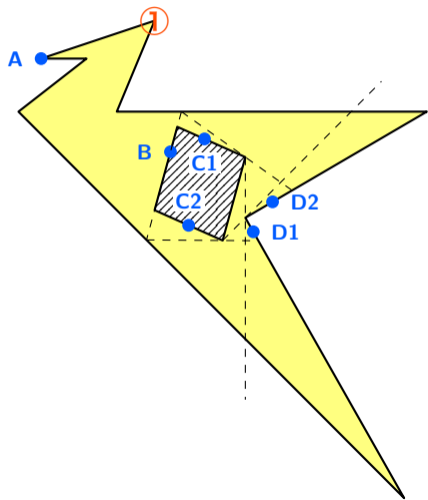
## 解説

監視カメラの台数は  $\left[ \frac{\text{元々の頂点の数} + \text{穴の数}}{3} \right]$  あれば十分だということが分かっている。



最初は穴（柱）がない場合が証明されて（この場合を「美術館定理」というらしい）後に穴がある場合に拡張された。

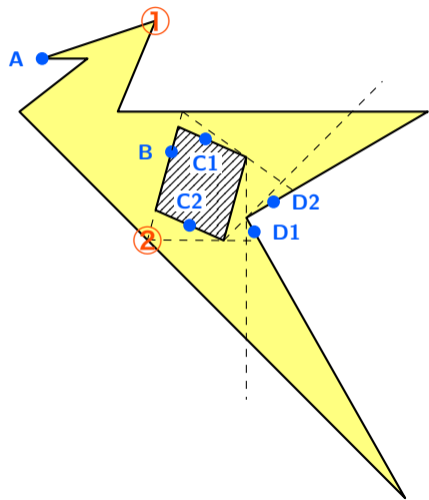
### 3 台では不十分なことの証明



A を見るために①に置いたカメラからは B は見えないので、カメラは最低でも 2 台は必要である。

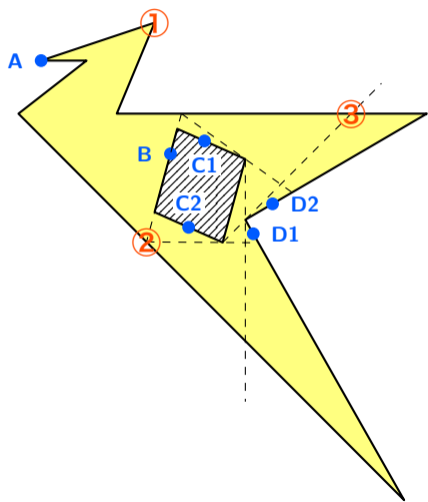


### 3 台では不十分なことの証明



次に B を見るために②に置いたカメラからは B と C2 を見ることはできるが C1 は見られないので、カメラは最低でも 3 台は必要である。

### 3 台では不十分なことの証明



次に C1 を見るために③に置いたカメラからは D1 を見る事ができないので、カメラは 3 台では不十分である。

よって最低でも 4 台は必要である。