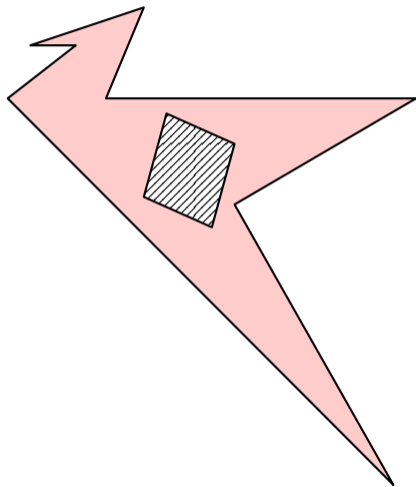


問題

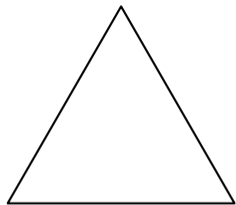


左図のような美術館に防犯カメラを設置する場合、館内全体を監視するには最低何台のカメラが必要か？。ただしカメラは 360° 見渡せるとします。

たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第1期

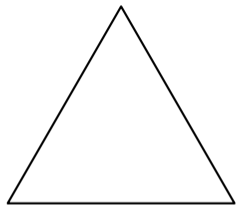
2時限、問⑨、美術館定理

解説



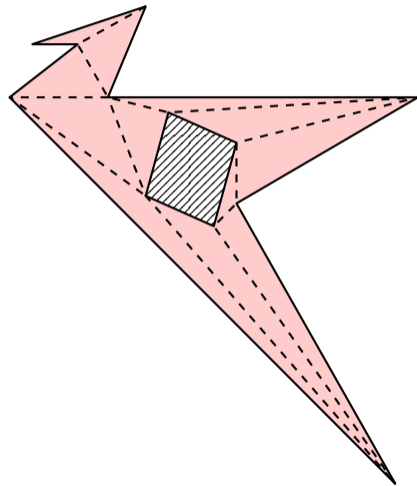
監視範囲が三角形の場合はどこにカメラを付けても必ず1台の監視カメラで監視できる。そこで範囲を三角形に分割していく。

解説



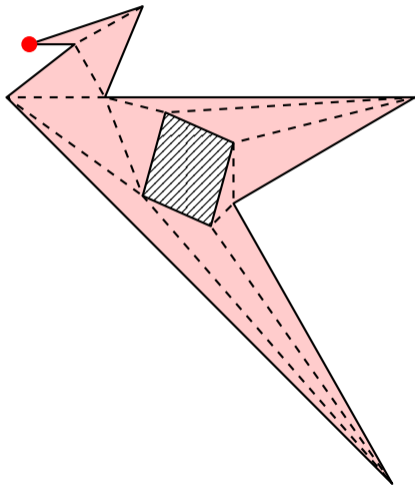
四角形の場合は、四角形の形と監視カメラを設置する場所によっては2台必要な場合も出てくるので適当でない。

解説

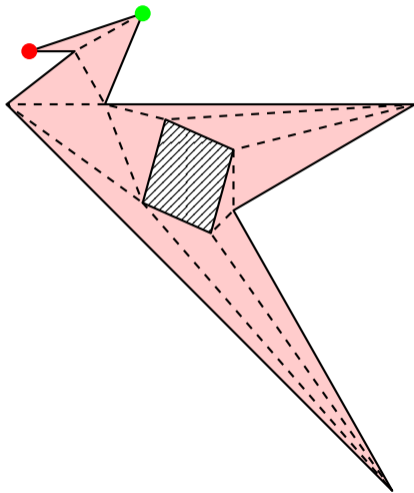


三角形の頂点が赤青緑となるように点を置いていく。

解説

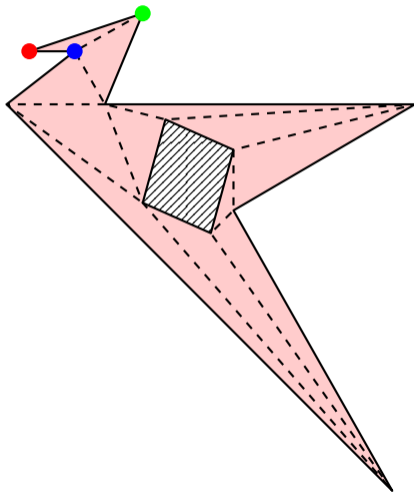


解説



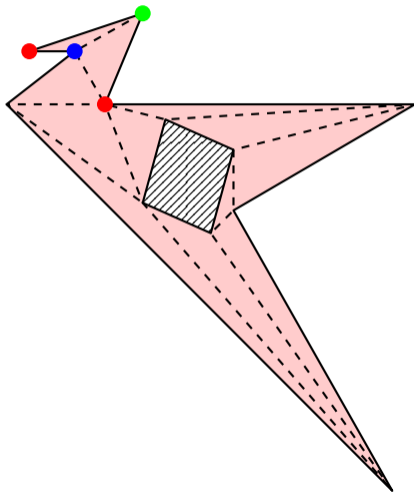
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



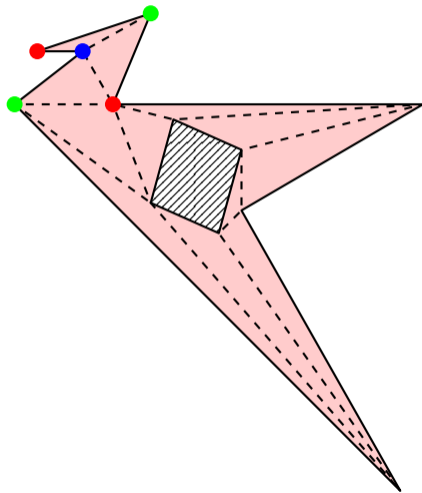
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



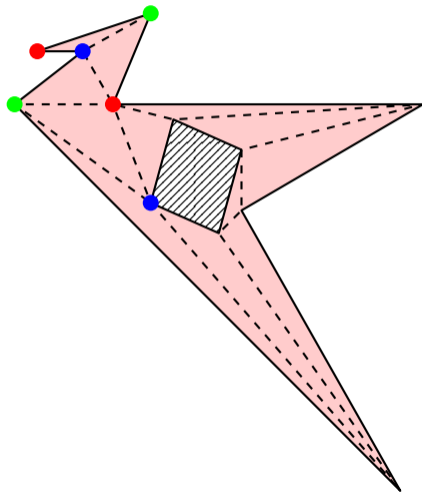
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



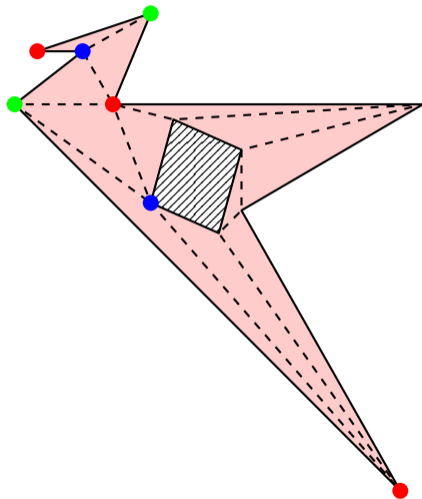
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



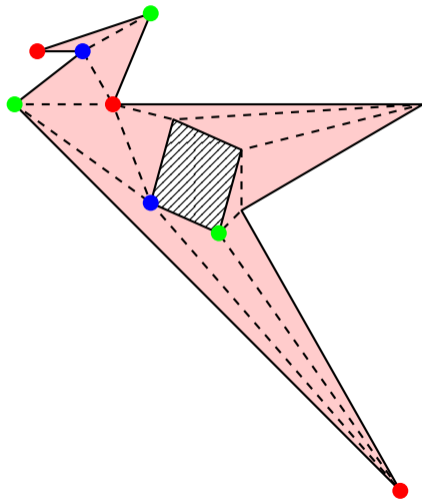
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



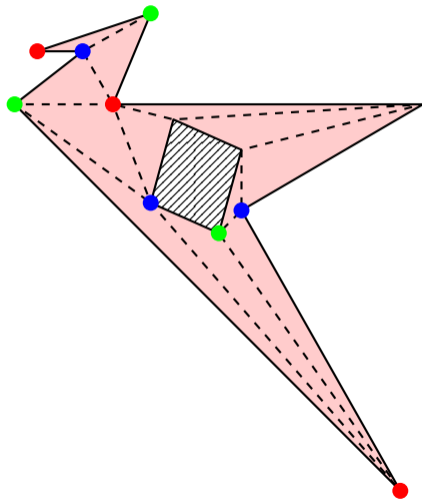
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



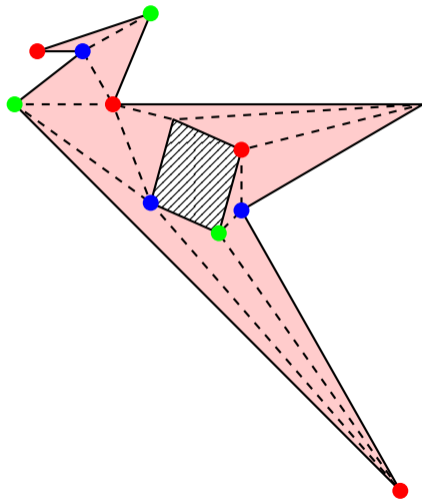
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



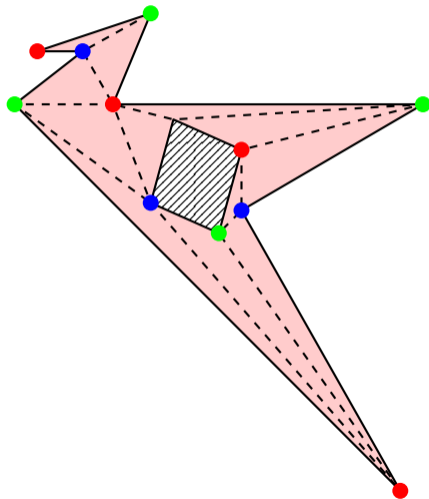
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



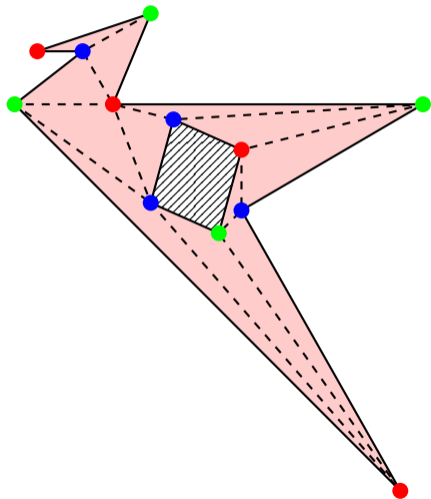
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説



すると自動的に頂点が決ま
っていく。

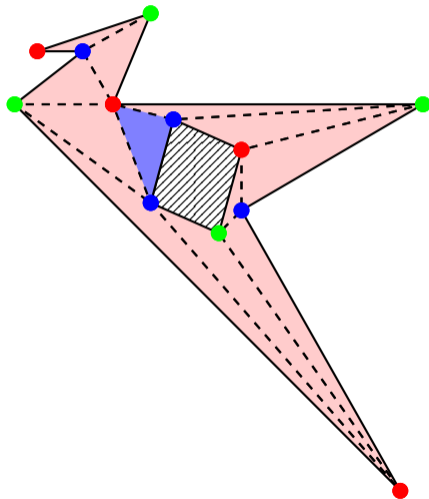
解説



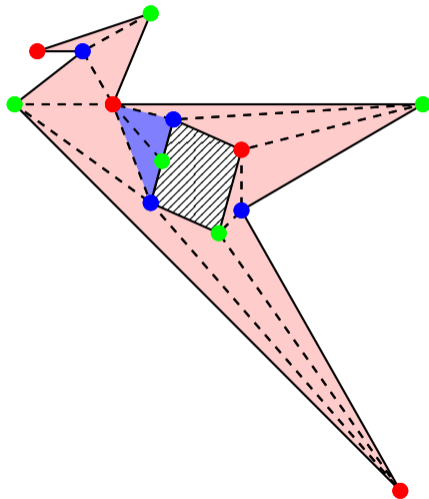
すると自動的に頂点が決ま
っていく。

解説

頂点が赤青緑とならないときは

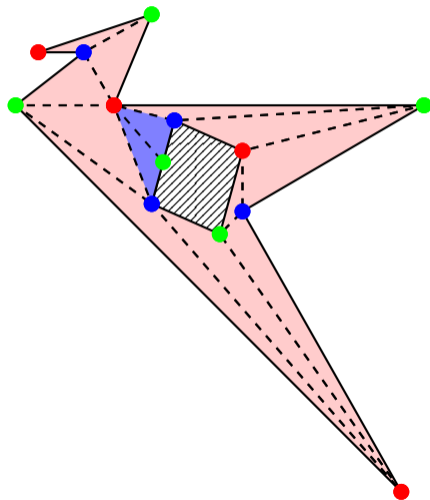


解説



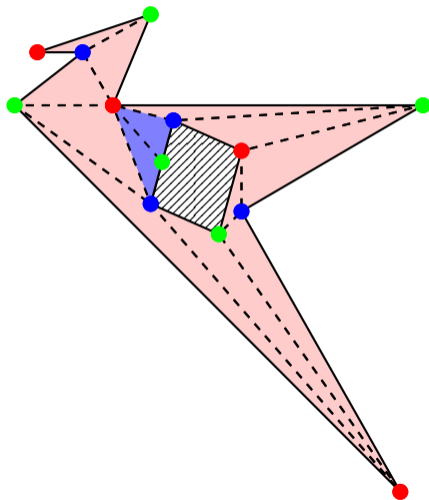
もう一つ適当に頂点を作って三角形に分割する。

解説



最初の頂点の数は12個、三角形が赤青緑の三色セットとならなかつたので追加した緑点が1個、合計13個の頂点ができる

解説



赤青緑のうち、どれかは
 $\left\lfloor \frac{13}{3} \right\rfloor = 4$ 個以下となる。
($\lfloor \rfloor$ は切り捨てるの記号)

その色はどの三角形にもあ
るので、そこにカメラを設
置すればよい

解説

監視カメラの台数は $\left\lfloor \frac{\text{元々の頂点の数} + \text{穴の数}}{3} \right\rfloor$ あれば十分だとい
うことが分かっている。

解説

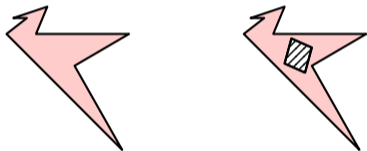
監視カメラの台数は「 $\frac{\text{元々の頂点の数} + \text{穴の数}}{3}$ 」あれば十分だとい
うことが分かっている。



最初は穴（柱）がない場合が証明されて（この場合を「美術館定理」という）、

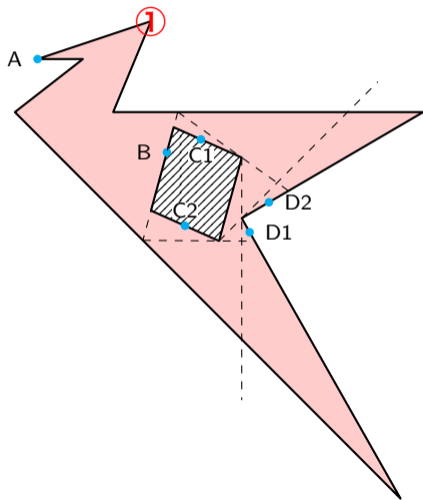
解説

監視カメラの台数は $\left\lfloor \frac{\text{元々の頂点の数} + \text{穴の数}}{3} \right\rfloor$ あれば十分だとい
うことが分かっている。



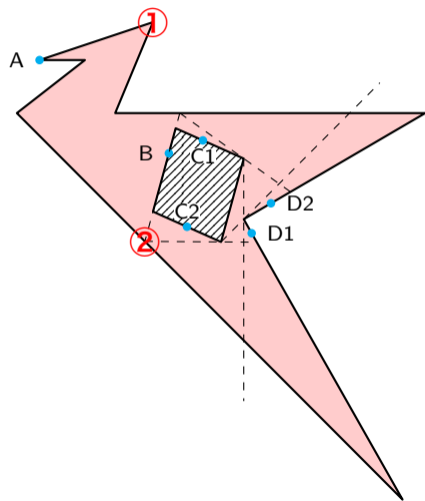
最初は穴（柱）がない場合が証明されて（この場合を「美術館定理」という）、後に穴がある場合に拡張された。

3台では不十分なことの証明



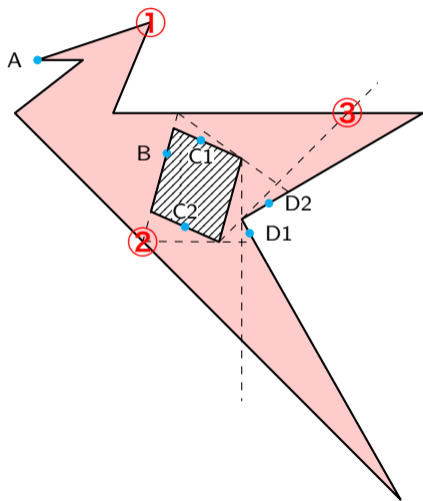
Aを見るために①に置いたカメラからはBは見えないので、カメラは最低でも2台は必要である。

3台では不十分なことの証明



次にBを見るために②に置いたカメラからはBとC2を見ることはできるがC1は見られないので、カメラは最低でも3台は必要である。

3台では不十分なことの証明



次に C1 を見るために③に置いたカメラからは D1 を見ることができないので、カメラは3台では不十分である。

よって最低でも4台は必要である。