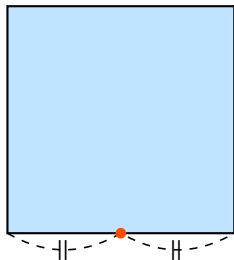


# チェバの定理

一本の定規だけを使って正方形の中点を作図しなさい。

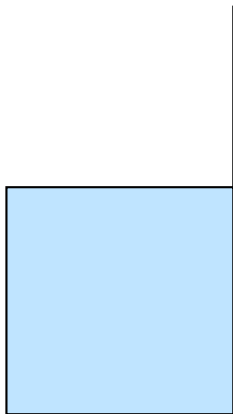
(直線を引くことだけが可能、番組では**チェバの定理** [web](#) というキーワードだけが紹介される)



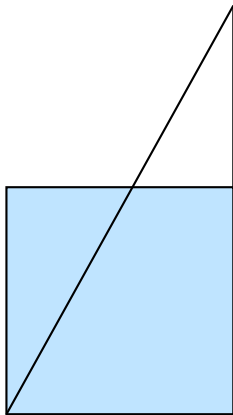
たけしのコマ大数学科 DVDBOX 7 限目 問③①

# チェバの定理

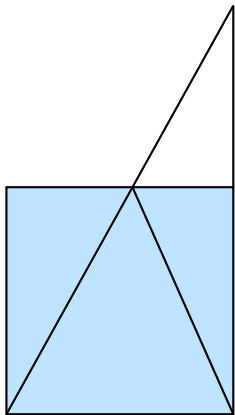
延長線を引く（長さは適当でOK）



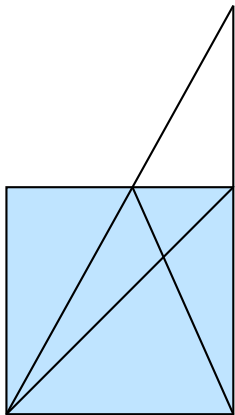
# チェバの定理



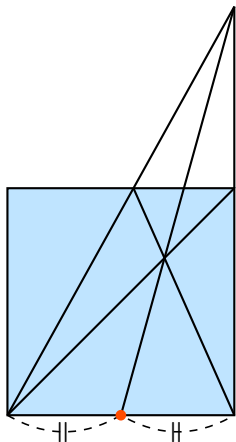
# チェバの定理



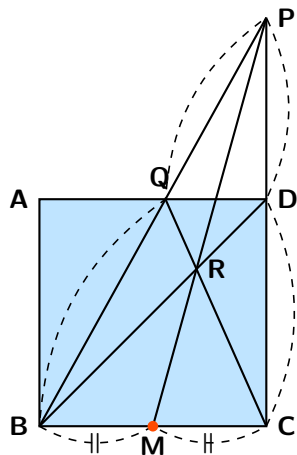
# チェバの定理



# チェバの定理



# チェバの定理



チェバの定理より

$$\frac{PQ}{QB} \times \frac{BM}{MC} \times \frac{CD}{DP} = 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

AD // BC より

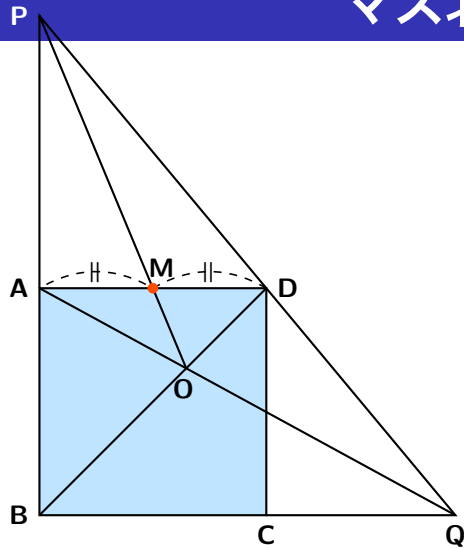
$$\frac{PQ}{QB} = \frac{PD}{DC} \quad \text{を変形して}$$

$$\frac{PQ}{QB} \times \frac{DC}{PD} = 1 \quad \text{を}\textcircled{1}\text{へ代入}$$

$$\frac{BM}{MC} = 1 \text{ より } BM = MC$$

【証明終わり】

# マス北野の解法



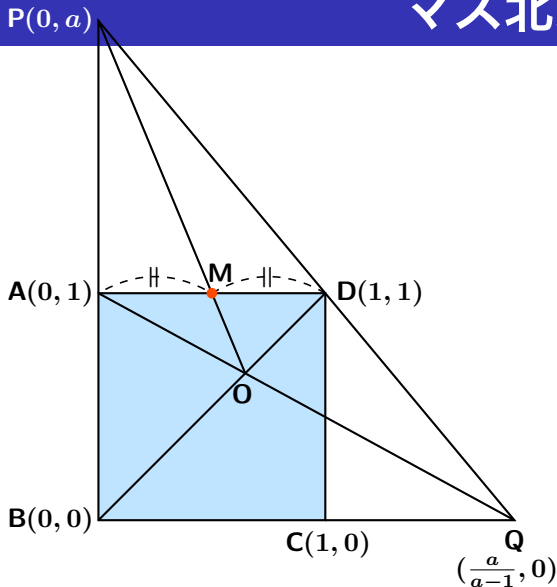
BC の延長線上に適当な点 Q を決めて、QD の延長線と BA の延長線の交点を P とする。

AQ と BD の交点を O として、PO と AD の交点が求める M である。

マス北野は証明はしなかったが、点 Q をどのように決めても点 M は同じ位置になることでそのように予想した。



# マス北野の解法



$\triangle PAD \sim \triangle DCQ$  より

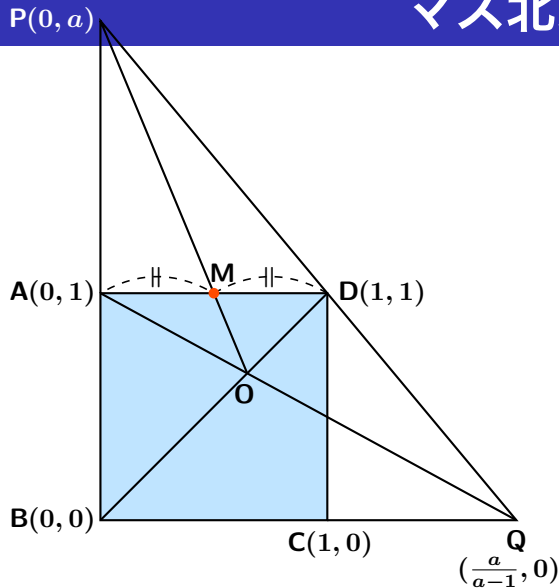
$$PA : AD = DC : CQ$$

$$(a-1) : 1 = 1 : CQ$$

よって  $CQ = \frac{1}{a-1}$  なので

$$\begin{aligned} BQ &= BC + CQ = 1 + \frac{1}{a-1} \\ &= \frac{a}{a-1} \end{aligned}$$

# マス北野の解法



AQ の傾きは  
 $\frac{-1}{(\frac{a}{a-1})} = \frac{-a+1}{a}$  で

切片は1なので直線 AQ は  
 $y = \frac{-a+1}{a}x + 1$  となる。

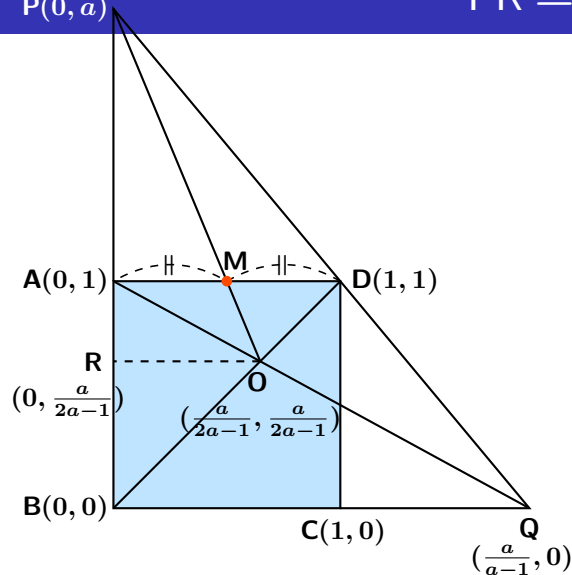
直線 BD は  $y = x$  なので交  
点 O は  
 $x = \frac{-a+1}{a}x + 1$  より

$P(0, a)$ 

$$PR = \frac{2a(a-1)}{2a-1}$$

$x = \frac{a}{2a-1}$  となる。よって

$$\begin{aligned} PR &= a - \frac{a}{2a-1} \\ &= \frac{2a^2 - a - a}{2a-1} \\ &= \frac{2a^2 - 2a}{2a-1} \\ &= \frac{2a(a-1)}{2a-1} \end{aligned}$$



$P(0, a)$ 

$$PR = \frac{2a(a-1)}{2a-1}$$

$\triangle PAM \sim \triangle PRO$  より

$$PR : RO = PA : AM$$

$$\frac{2a(a-1)}{2a-1} : \frac{a}{2a-1} = a-1 : AM$$

$$AM = \frac{2a-1}{2a(a-1)} \times \frac{a}{2a-1} \times (a-1) = \frac{1}{2} \quad \text{【証明終わり】}$$

