

問題

これは宝のありかを示す文章です

草原に1本のカシと1本のマツと1軒の小屋があります。小屋からカシまで歩き、右へ直角に同じ距離を歩いてそこに棒を立てます。同様に小屋からマツまで歩き、左へ直角に同じ距離を歩いてそこに棒を立てる時、棒と棒の中間（中点）に宝があります。

問題

宝がどの場所にあるか作図しなさい。ただし小屋の位置はわかっています。

マツ
•

カシ
•

たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第5期
9時限、問④1、ガウス平面

元ネタはガモフのようだ

番組では「ある大学の入試問題と言われている」と説明されていましたが、次の本が元ネタのようです。

ガモフ全集第 6 巻 **1, 2, 3…無限大**

ジョージ・ガモフ 著、崎川範行 訳、白揚社、初版 1951 年？
(2004 年に新版が出ている)

この本の問題がアレンジされて、のちに発売された数多くの数学/パズル本に掲載されたようです。

同じことを考えていてビックリ

少し前まで「ひらめき思考 Part III、I.C. フリッカー」が元ネタだと思っていましたが、最近（2018年6月下旬）ガモフが元ネタだと気づいて図書館で本を借りたら、ガモフも複素数平面で解説して驚きました。

ひらめき思考では複素数平面の話は全く出てきませんが、私は「直角に曲がる」を見たとき $\times i$ を説明する良い題材だと思って、次のページからの説明を書いたのです。

答えが求められるの？

マツ
•

カシ
•

小屋の位置が分からないのに答えが求められるのでしょうか？

答えが求められるの？

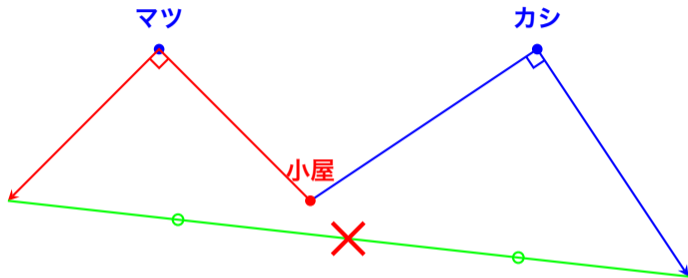
マツ
•

カシ
•

小屋
•

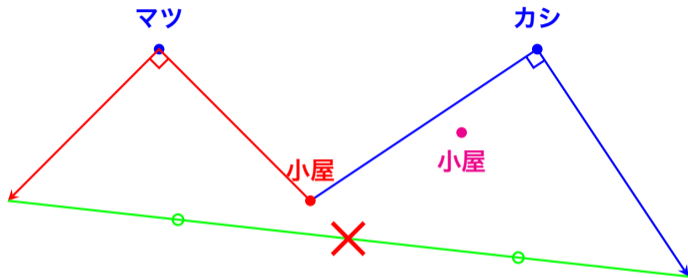
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



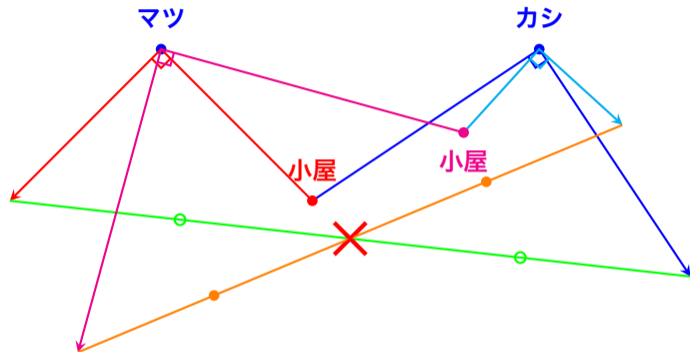
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



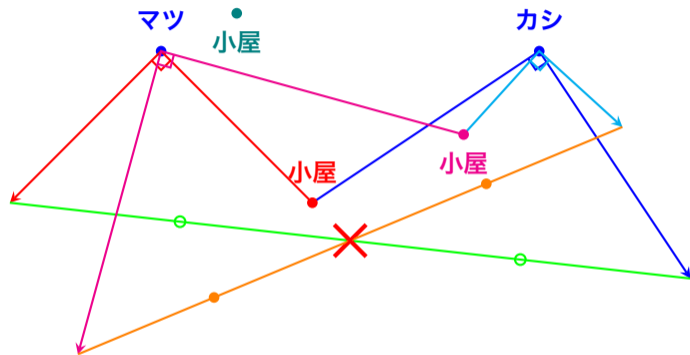
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



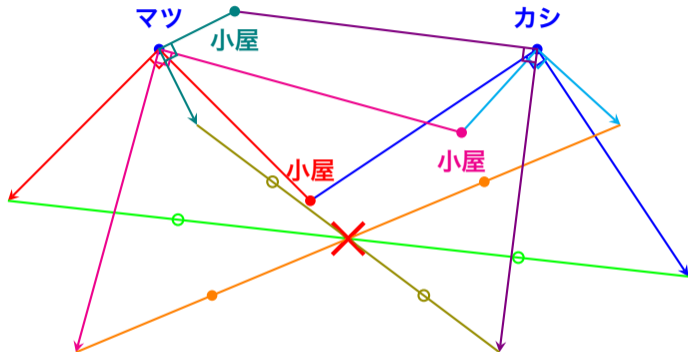
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



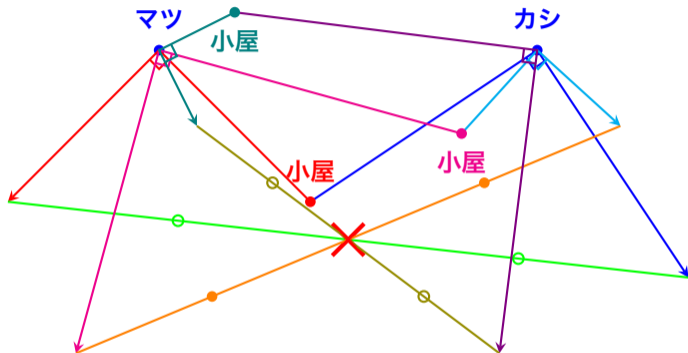
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



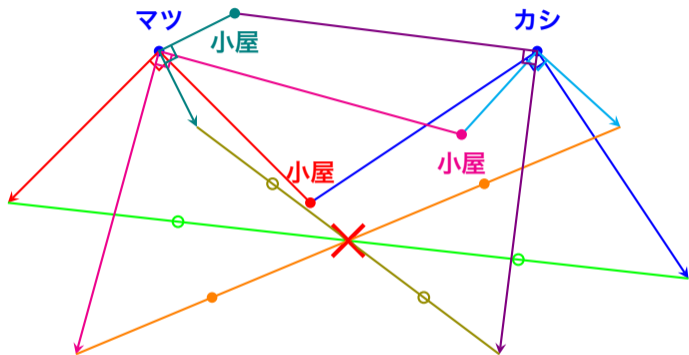
小屋の位置を適当に決めて作図してみましょう。

答えが求められるの？



どうやら小屋の位置が
どこでも宝のありかは
同じようです。

答えが求められるの？



どうやら小屋の位置が
どこでも宝のありかは
同じようです。
なぜそうなるのか調べ
てみましょう。

ガウス平面（複素数平面）

『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

ガウス平面（複素数平面）

『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

$3 + 4i$ のように表される複素数を知っていますか？（ i は虚数単位のことです。 $i^2 = -1$ となります）

ガウス平面（複素数平面）

『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

$3 + 4i$ のように表される複素数を知っていますか？（ i は虚数単位のことです。 $i^2 = -1$ となります）

複素数平面では**原点を中心として $+90^\circ$ 回転は $\times i$ で表されます。**

ガウス平面（複素数平面）

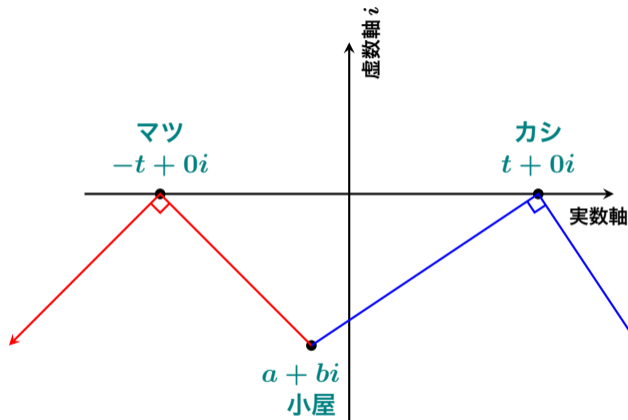
『直角に曲がる』を簡単に表せるものがあります。ガウス平面（複素数平面）です。

$3 + 4i$ のように表される複素数を知っていますか？（ i は虚数単位のことです。 $i^2 = -1$ となります）

複素数平面では**原点を中心として $+90^\circ$ 回転は $\times i$ で表されます。**

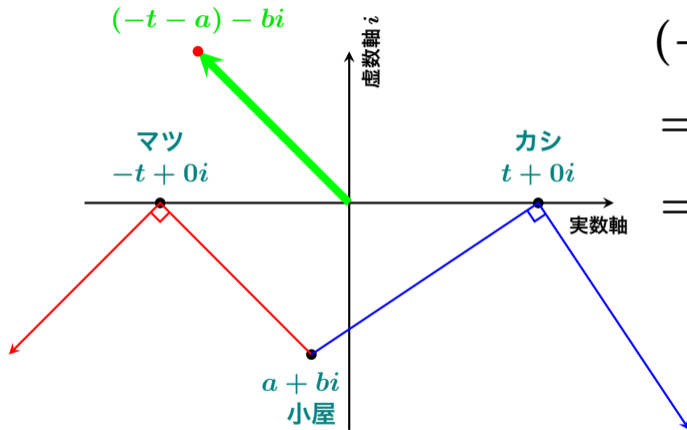
ちょっと計算してみましょう。

ガウス平面（複素数平面）で計算



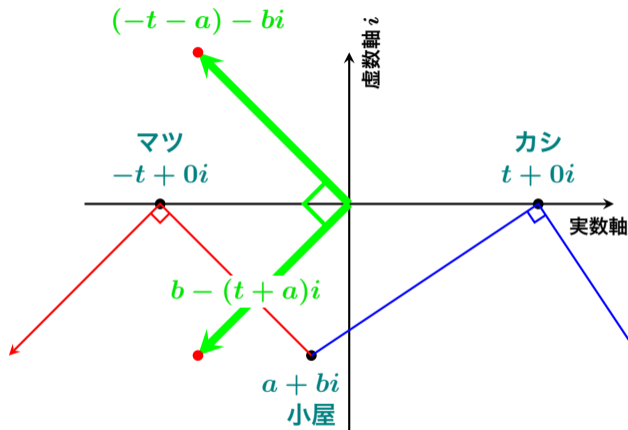
マツ、カシ、小屋の座標を左のように決めると（実数部分と虚数部分をはっきりさせたいので $-t + 0i$ のように書くことにします）

ガウス平面（複素数平面）で計算



$$\begin{aligned} & (-t + 0i) - (a + bi) \\ &= -t + 0i - a - bi \\ &= (-t - a) - bi \end{aligned}$$

ガウス平面（複素数平面）で計算

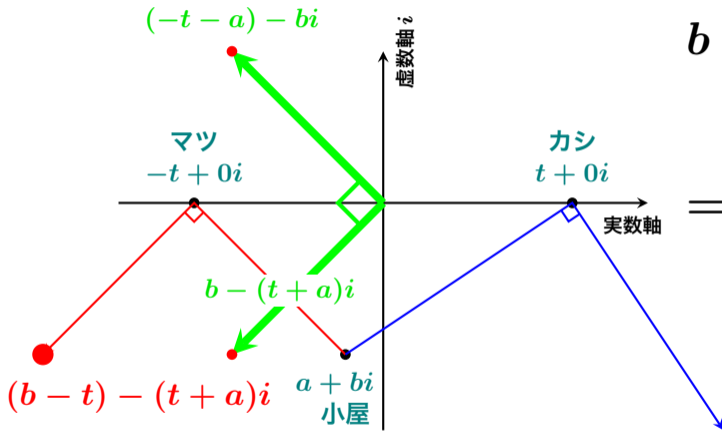


原点を中心として 90°
回転は $\times i$ なので

$$\begin{aligned} & \left((-t - a) - bi \right) \times i \\ &= (-t - a)i - bi^2 \\ &= b - (t + a)i \end{aligned}$$

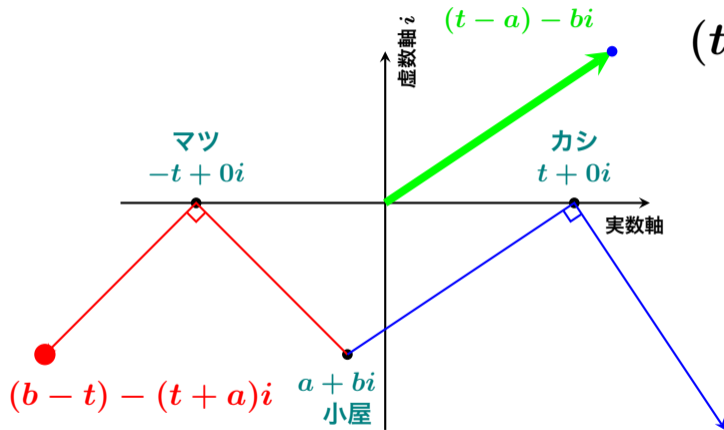
【 $i^2 = -1$ だから 】

ガウス平面（複素数平面）で計算



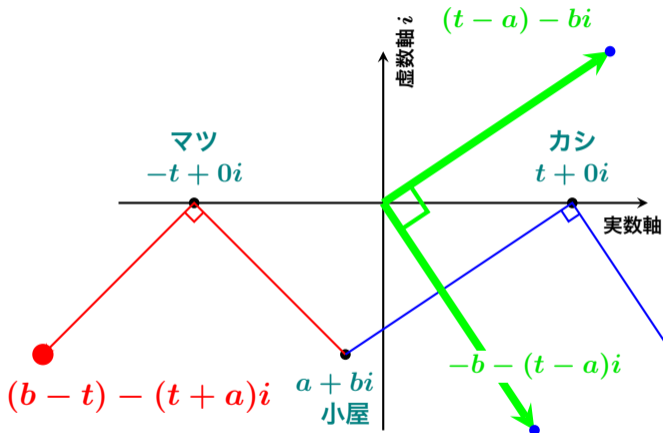
$$\begin{aligned}
 & b - (t + a)i + \\
 & \quad (-t + 0i) \\
 & = (b - t) - (t + a)i
 \end{aligned}$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



$$\begin{aligned}(t + 0i) - (a + bi) \\ &= t + 0i - a - bi \\ &= (t - a) - bi\end{aligned}$$

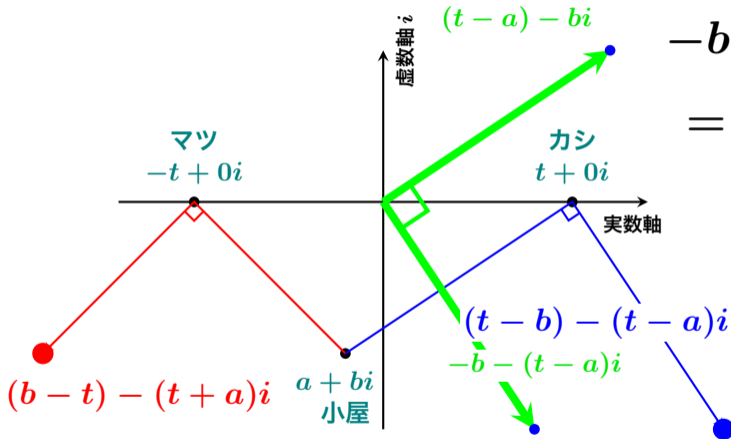
ガウス平面（複素数平面）で計算



原点を中心として
 -90° 回転は $\times(-i)$
なので

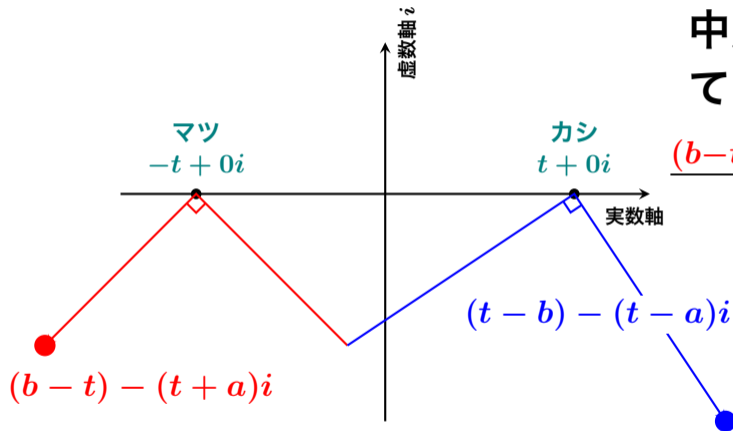
$$\begin{aligned} & \left((t - a) - bi \right) \times (-i) \\ &= -(t - a)i + bi^2 \\ &= -b - (t - a)i \\ & \quad \text{【 } i^2 = -1 \text{ だから 】} \end{aligned}$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



$$\begin{aligned}
 & -b - (t - a)i + (t + 0i) \\
 & = (t - b) - (t - a)i
 \end{aligned}$$

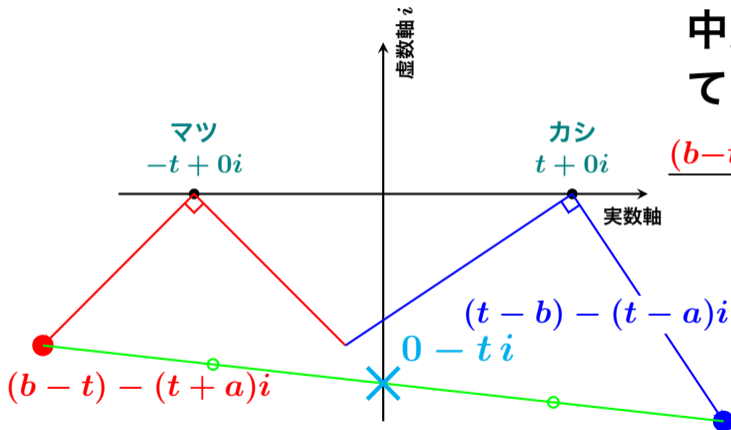
ガウス平面（複素数平面）で計算



中点は 2 点をたし算して 2 で割ればよいので

$$\begin{aligned} & \frac{(b-t) - (t+a)i + (t-b) - (t-a)i}{2} \\ &= \frac{-2ti}{2} = -ti \\ &= 0 - ti \end{aligned}$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



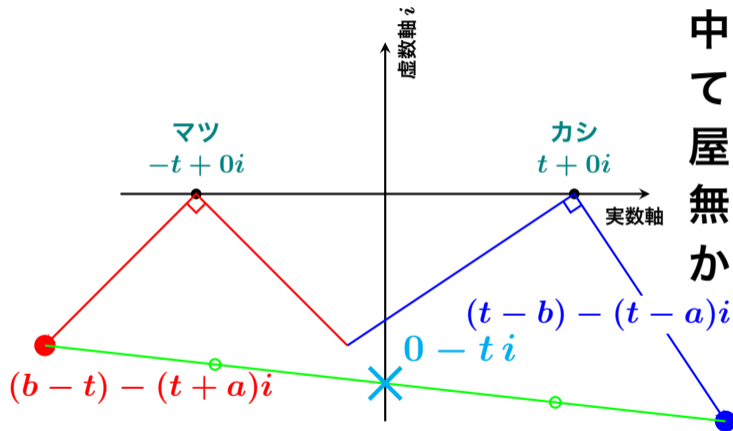
中点は 2 点をたし算して 2 で割ればよいので

$$\frac{(b-t) - (t+a)i + (t-b) - (t-a)i}{2}$$

$$= \frac{-2ti}{2} = -ti$$

$$= 0 - ti$$

ガウス平面（複素数平面）で計算



中点は $0 - ti$ となっ
てしまうことから、小
屋の位置 $a + bi$ とは
無関係であることが分
かります。

数学者「岡潔」の TV ドラマでも出てきた

2018年2月23日に読売テレビ系列で放送された開局60年スペシャルドラマ **天才を育てた女房《世界が認めた数学者と妻の愛》** の中でも、この問題が出ていました。(のちに岡潔の妻となる“みち”の友達が、借金取りの男に詰め寄られ、祖父が庭に埋めたという遺産の入った壺を探すシーン) 『ないけど、あるもんで考える』

おそらく脚色されて付け加えられた話だと思います。