

問題

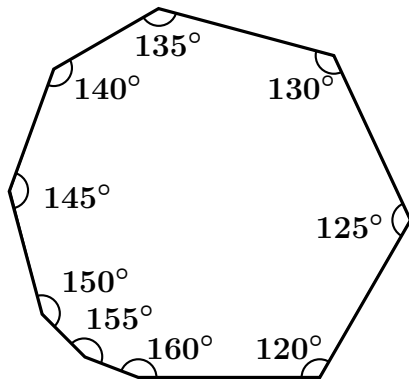
最小の内角が 120° の多角形がある。

それに続く内角がその前の角より 5° ずつ大きい多角形を作るとき、その図形は何角形になるか？

たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第 6 期
11 時限、問⑤⑥、角度

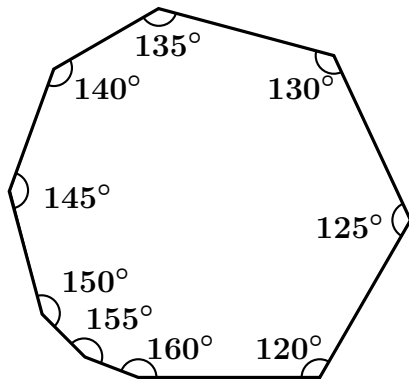
ヒント

答えは 2 個あって、答えの 1 つは 9 角形です。



ヒント

もう 1 つの答えを求めてください。



Thinking Time

答えを n 角形とすると、初項 120 で、公差 5、
項数 n 個の等差数列の和になるので、等差数列の
和の公式

$$\frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

に代入して

Thinking Time

$$\frac{n(2 \times 120 + (n-1) \times 5)}{2}$$

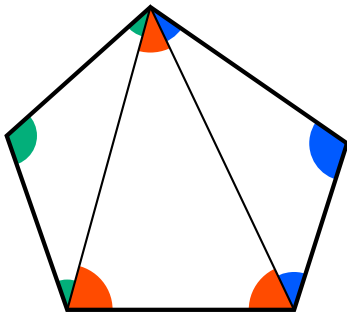
となり整理すると

$$\frac{5n^2 + 235n}{2}$$

となる。

Thinking Time

次に、5 角形の場合は内部に三角形が 3 個できるので内角の和は $180^\circ \times 3$ $\left(= 180(5 \text{ 角形} - 2) \right)$ となるので



Thinking Time

n 角形の内角の和は $180(n-2)$ となる。これがさっきの式と等しければよいので

$$\frac{5n^2 + 235n}{2} = 180(n-2)$$

を解けばよい。

Thinking Time

$$\frac{5n^2 + 235n}{2} = 180(n - 2)$$

$$5n^2 + 235n = 360(n - 2)$$

$$5n^2 + 235n = 360n - 720$$

$$5n^2 - 125n + 720 = 0$$

Thinking Time

$$5n^2 - 125n + 720 = 0$$

$$n^2 - 25n + 144 = 0$$

$$(n - 9)(n - 16) = 0$$

$$n = 9, 16$$

Thinking Time

$$5n^2 - 125n + 720 = 0$$

$$n^2 - 25n + 144 = 0$$

$$(n - 9)(n - 16) = 0$$

$$n = 9, 16$$

よって答えは 16 角形

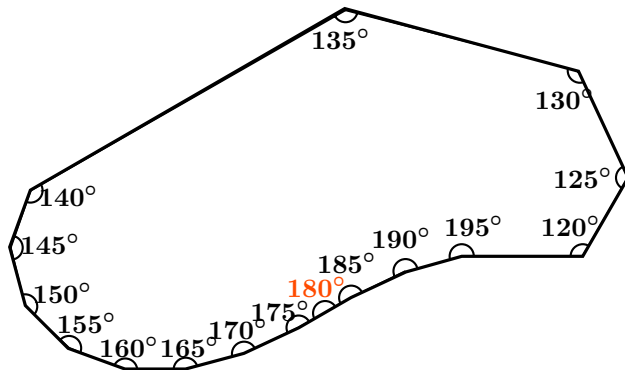
答 15 角形

答 15 角形

ええ～？

なぜ…

図を描いてみると



奇跡の大逆転！

マス北野と東大生チームは 16 角形と解答して間違い、コツコツ取り組んだコマ大チームだけが 15 角形と解答して、コマ大フィールズ賞をもらいました。

ひっかけ問題だったようですが、見直しはしっかりしなければいけませんね。