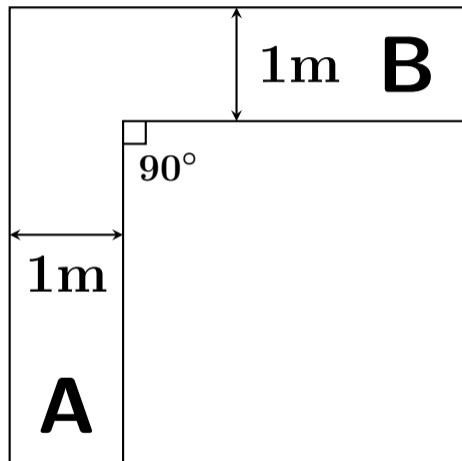


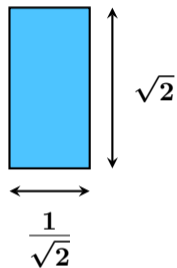
問題



図のような幅 1m の通路があります。この通路の A から B へ運ぶことができる**長方形のソファ**の最大面積を答えなさい。

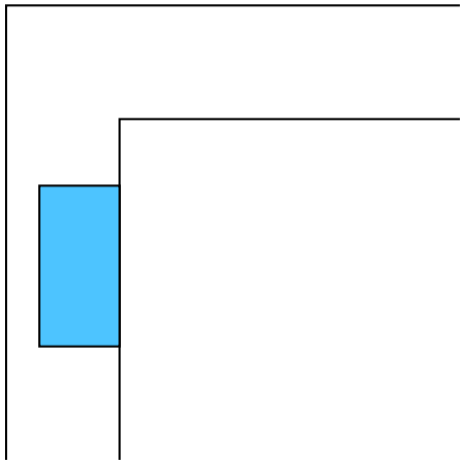
たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第 2 期
3 時限、問⑬、ソファ問題

解答

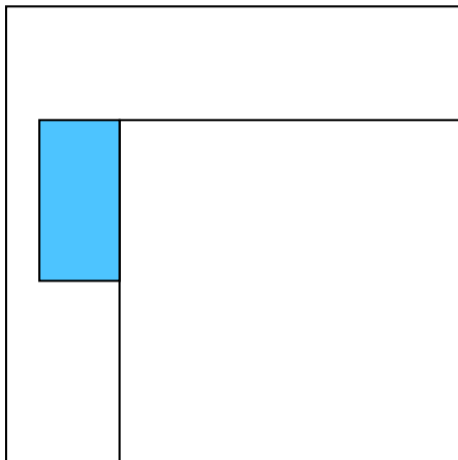


$$1 \text{ m}^2 \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \text{の長方形} \right)$$

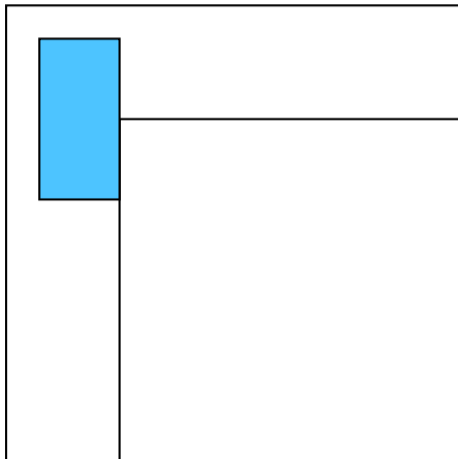
最大の長方形



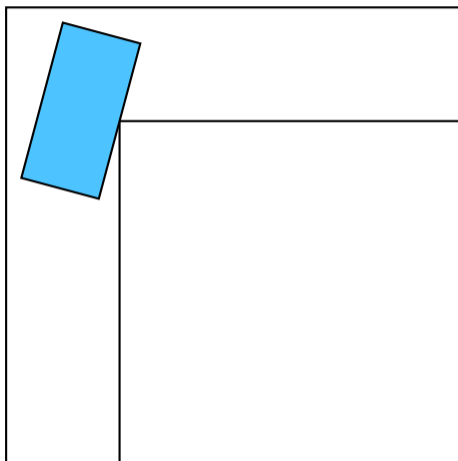
最大の長方形



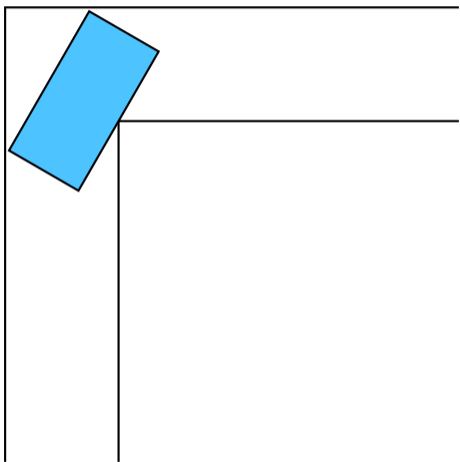
最大の長方形



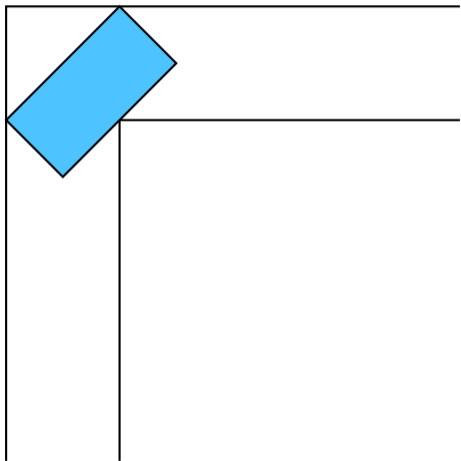
最大の長方形



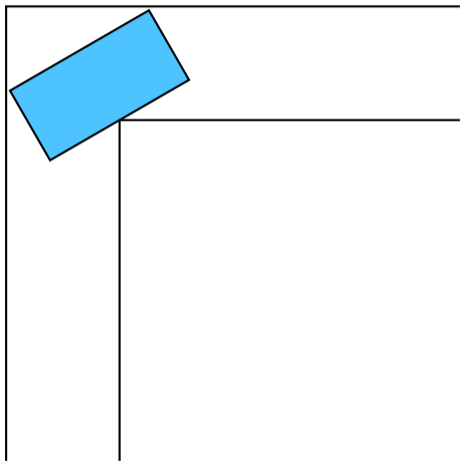
最大の長方形



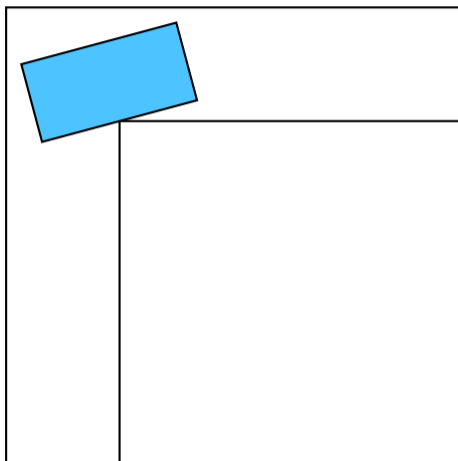
最大の長方形



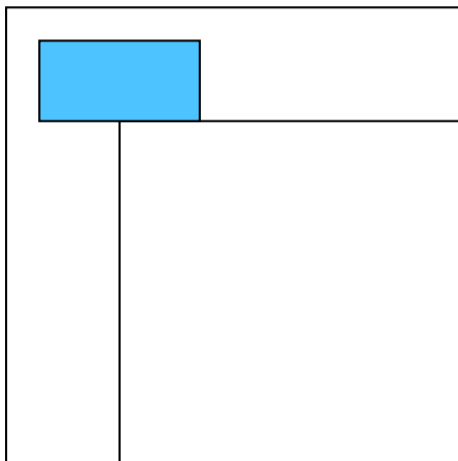
最大の長方形



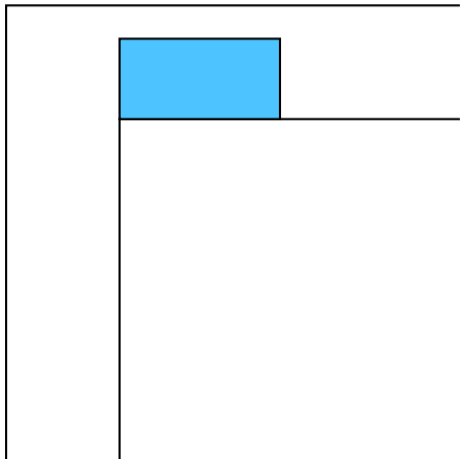
最大の長方形



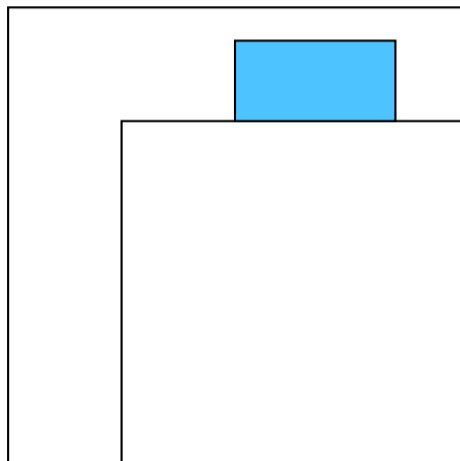
最大の長方形



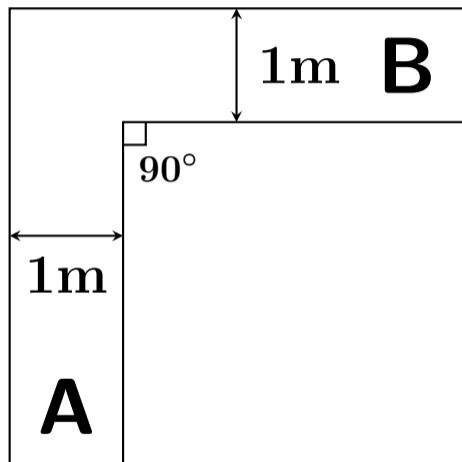
最大の長方形



最大の長方形

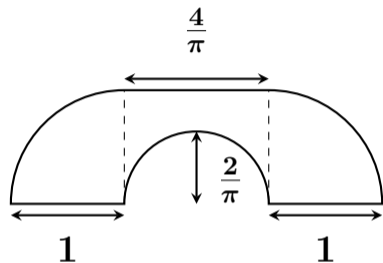


問題



図のような幅 1m の通路を通ることができる最大のソファの形は？

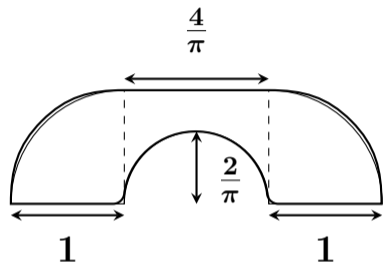
解答



ハマースレー型といわれる形
が面積最大

$(\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} = \text{約 } 2.2074)$ だと考
えられていましたが、

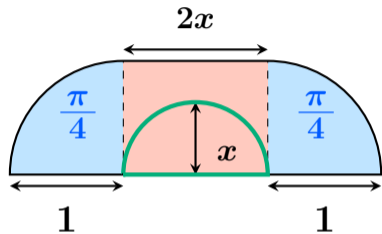
解答



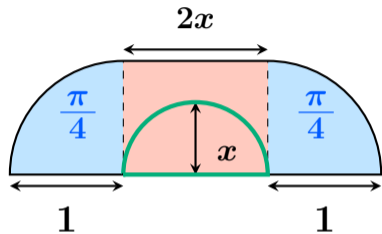
ハマースレー型といわれる形
が面積最大

$(\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} = \text{約 } 2.2074)$ だと考
えられていましたが、改良型
のガーバー型が、ほんの少し
だけ大きいことが分かっている
そうです。

平方完成して最大値を求めよう



平方完成して最大値を求めよう



中央部
の面積

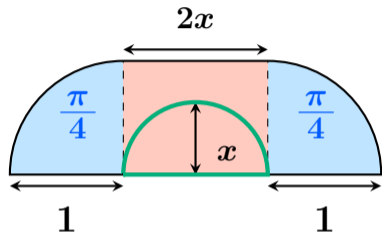
= 長方形 - 半円

$$= 2x \times 1 - \frac{\pi x^2}{2}$$

$$= -\frac{\pi}{2}x^2 + 2x$$

$$= -\frac{\pi}{2} \left(x - \frac{2}{\pi} \right)^2 + \frac{2}{\pi}$$

平方完成して最大値を求めよう



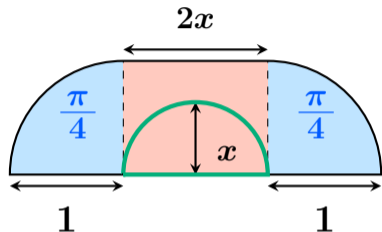
中央部の面積 = 長方形 - 半円

$$\begin{aligned} &= 2x \times 1 - \frac{\pi x^2}{2} \\ &= -\frac{\pi}{2}x^2 + 2x \\ &= -\frac{\pi}{2}\left(x - \frac{2}{\pi}\right)^2 + \frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

よって

$x = \frac{2}{\pi}$ のとき最大値 $\frac{2}{\pi}$

平方完成して最大値を求めよう



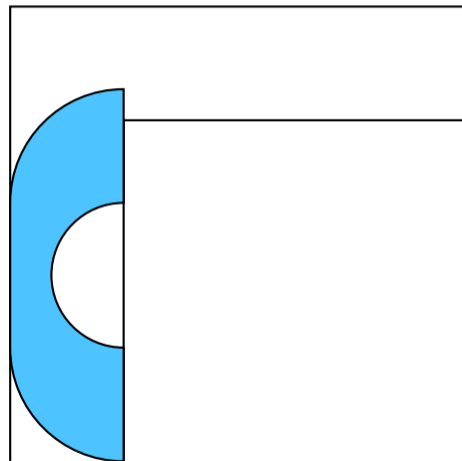
ハマースレー型の面積は

$$\frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi} = \text{約 } 2.2074$$

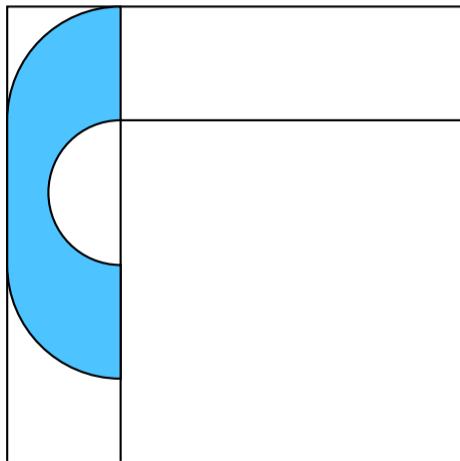
ガーバー型の面積は

約 2.2195 となるそうです。

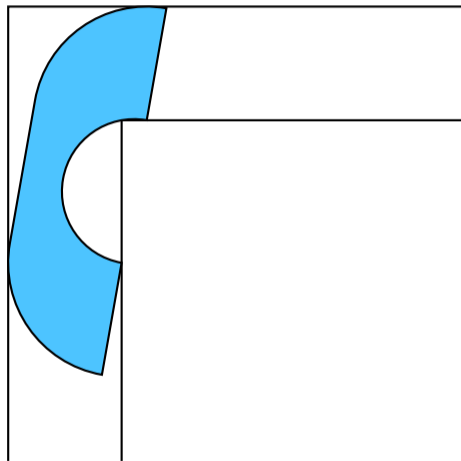
ハマースレー型の移動の様子



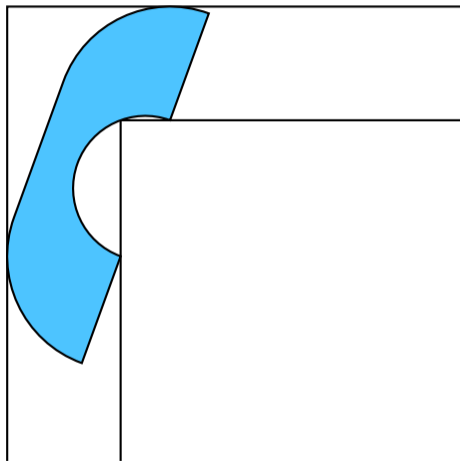
ハマースレー型の移動の様子



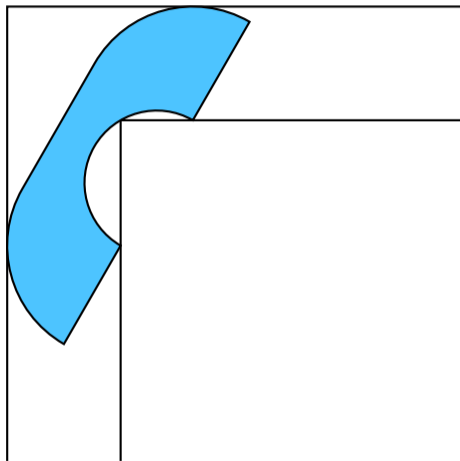
ハマースレー型の移動の様子



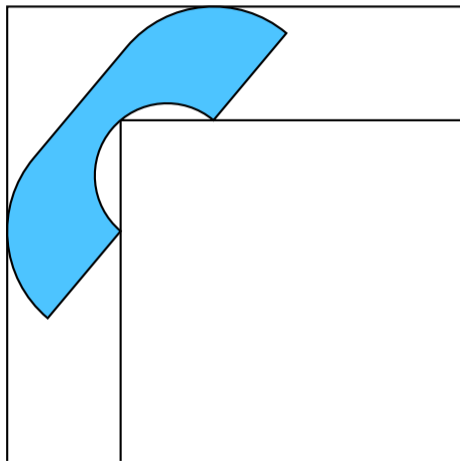
ハマースレー型の移動の様子



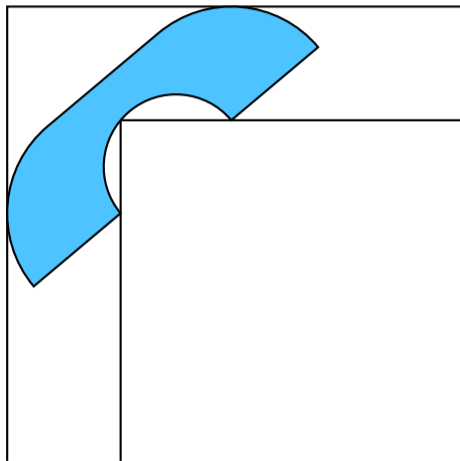
ハマースレー型の移動の様子



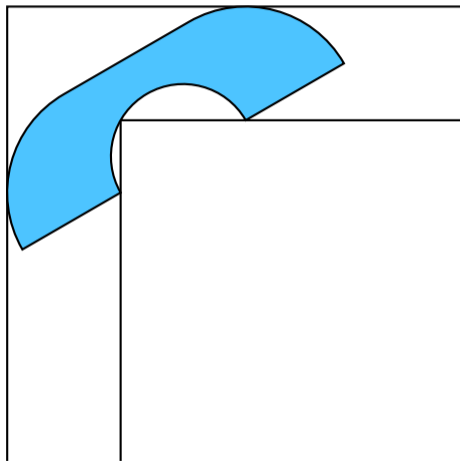
ハマースレー型の移動の様子



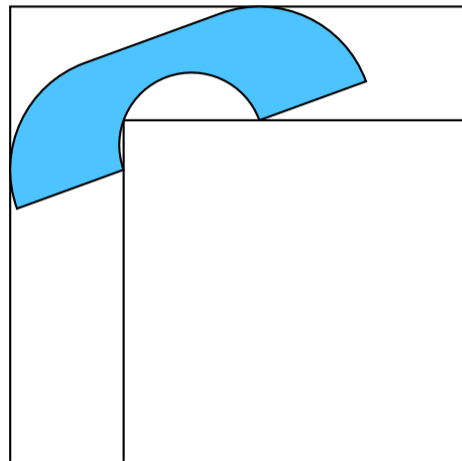
ハマースレー型の移動の様子



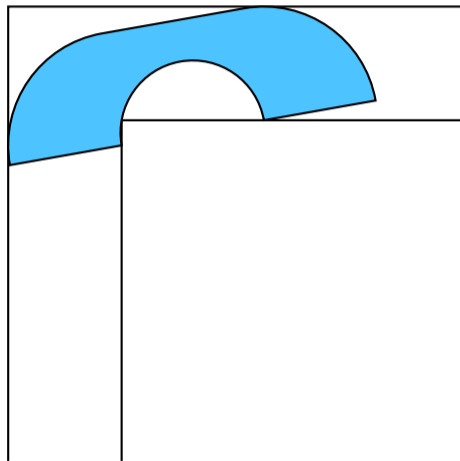
ハマースレー型の移動の様子



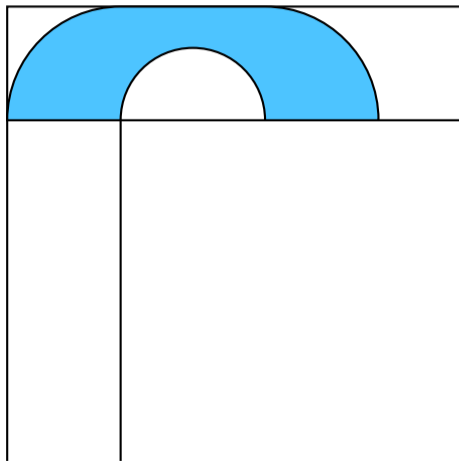
ハマースレー型の移動の様子



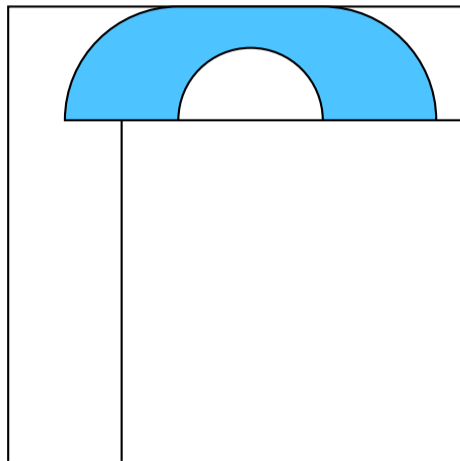
ハマースレー型の移動の様子



ハマースレー型の移動の様子



ハマースレー型の移動の様子



関連情報

2024年12月に韓国の研究者がソファ問題を解決したとの報道がありました。

ソファ問題 解決 web

発展問題として、通路がクランクの場合も研究されているようです。

[https:](https://nazesuugaku.com/moving_sofa_problem/)

[//nazesuugaku.com/moving_sofa_problem/](https://nazesuugaku.com/moving_sofa_problem/)