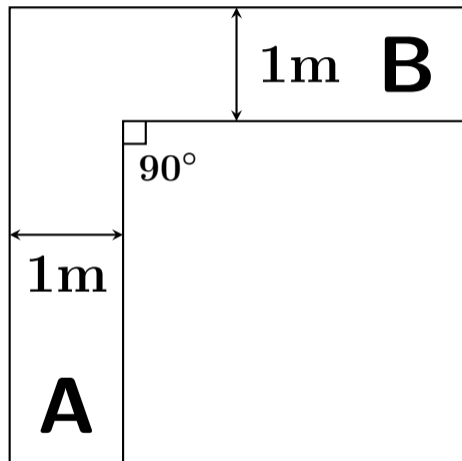


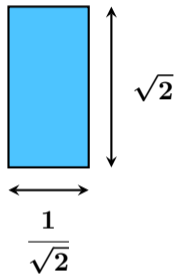
問題



図のような幅 1m の通路があります。この通路の A から B へ運ぶことができる**長方形のソファ**の最大面積を答えなさい。

たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第 2 期
3 時限、問⑬、ソファ問題

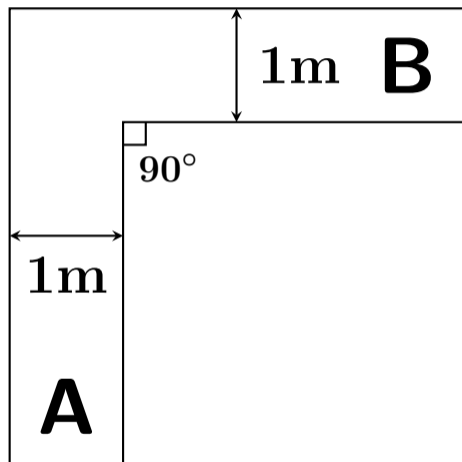
解答



$$1 \text{ m}^2 \quad \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \text{ の長方形} \right)$$

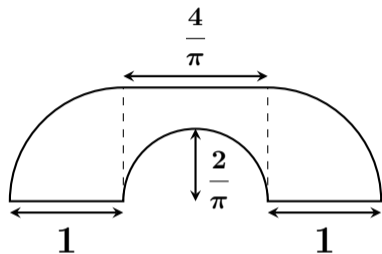
最大の長方形

問題



図のような幅 1m の通路を通ることができる最大のソファの形は？

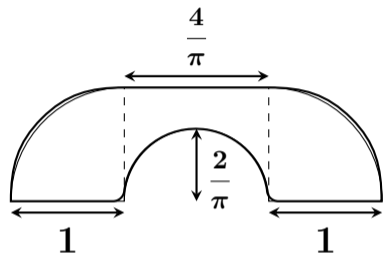
解答



ハマースレー型といわれる形
が面積最大

$(\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} = \text{約 } 2.2074)$ だと考
えられていましたが、

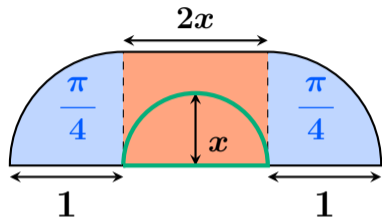
解答



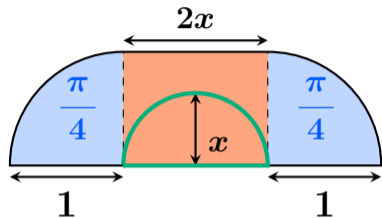
ハマースレー型といわれる形
が面積最大

$(\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2} = \text{約 } 2.2074)$ だと考
えられていましたが、改良型
のガーバー型が、ほんの少し
だけ大きいことが分かっている
そうです。

平方完成して最大値を求めよう



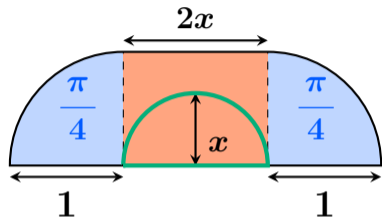
平方完成して最大値を求めよう



中央部の面積 = 長方形 - 半円

$$\begin{aligned} &= 2x \times 1 - \frac{\pi x^2}{2} \\ &= -\frac{\pi}{2}x^2 + 2x \\ &= -\frac{\pi}{2}\left(x - \frac{2}{\pi}\right)^2 + \frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

平方完成して最大値を求めよう

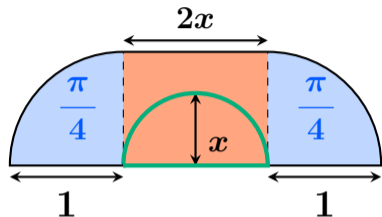


$$\begin{aligned}\text{中央部の面積} &= \text{長方形} - \text{半円} \\ &= 2x \times 1 - \frac{\pi x^2}{2} \\ &= -\frac{\pi}{2}x^2 + 2x \\ &= -\frac{\pi}{2}\left(x - \frac{2}{\pi}\right)^2 + \frac{2}{\pi}\end{aligned}$$

よって

$$x = \frac{2}{\pi} \text{ のとき最大値 } \frac{2}{\pi}$$

平方完成して最大値を求めよう



ハマースレー型の面積は

$$\frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi} = \text{約 } 2.2074$$

ガーバー型の面積は

約 2.2195 となるそうです。

ハマースレー型の移動の様子

発展問題

発展問題として、通路がクランクの場合も研究されているようです。

https://nazesuugaku.com/moving_sofa_problem/

web