

問題

1枚500円のチケット売り場に500円を持った6人と1000円しか持っていない6人の合計12人が並んでいます。

販売開始時に売り場係が釣り銭を用意していないとすると釣り銭が不足しないような客の並び方は何通りあるでしょうか？

問題

ただし、各 6 人の並ぶ順序は考えなくてもよい。

たけしのコマ大数学科 DVDBOX 第 6 期
11 限目、問⑥4、順列 組み合わせ

元ネタは数学オリンピック問題

元ネタは数学オリンピックの過去問のようだ。

ちょっと難しいので 500 円を持った 2 人と
1000 円しか持っていない 2 人の合計 4 人の場合
を考えてみよう。

1人目

2人目

3人目

4人目

最初は500円を持った人でないとダメ

小さい数字は500円の枚数

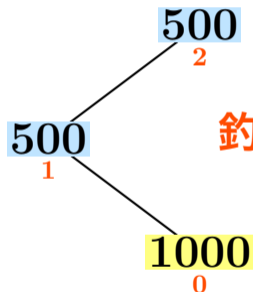
500
1

1人目

2人目

3人目

4人目



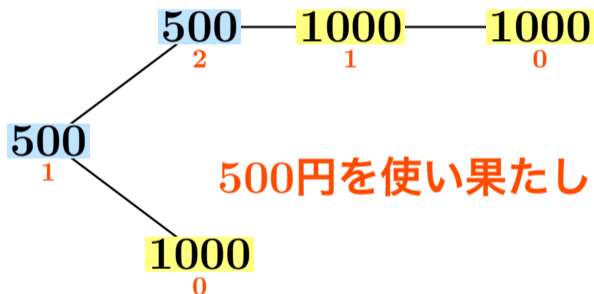
釣り銭ができたので2人目はどちらでもOK

1人目

2人目

3人目

4人目



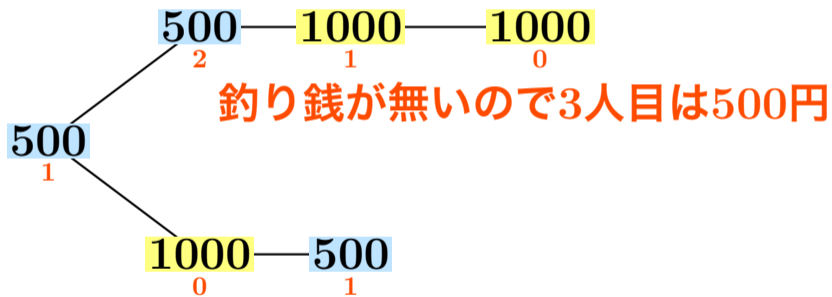
500円を使い果たしたので3, 4人目は1000円

1人目

2人目

3人目

4人目

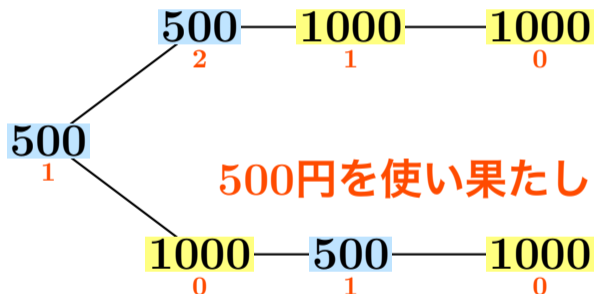


1人目

2人目

3人目

4人目



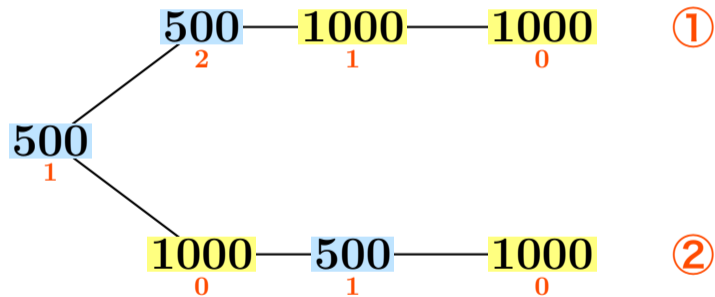
500円を使い果たしたので4人目は1000円

1人目

2人目

3人目

4人目



次は 3 人、3 人の場合を…

では次に 500 円を持った 3 人と 1000 円しか持っていない 3 人の合計 6 人の場合を考えてみよう。

1人目

2人目

3人目

4人目

5人目

6人目

1人目

2人目

3人目

4人目

5人目

6人目

500
1

最初は500円を持った人でないとダメ

1人目

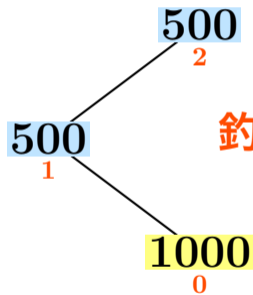
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



釣り銭ができたので2人目はどちらでもOK

1人目

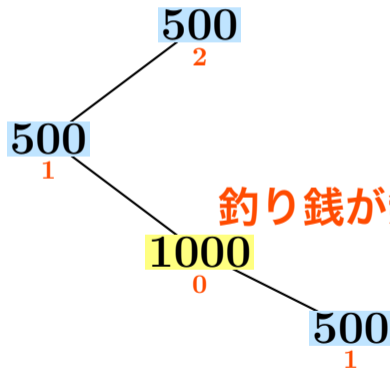
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



釣り銭が無くなったので500円しかダメ

1人目

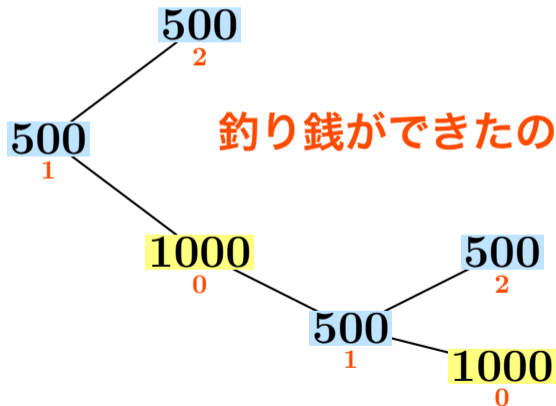
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



釣り銭ができたので4人目はどちらでもOK

1人目

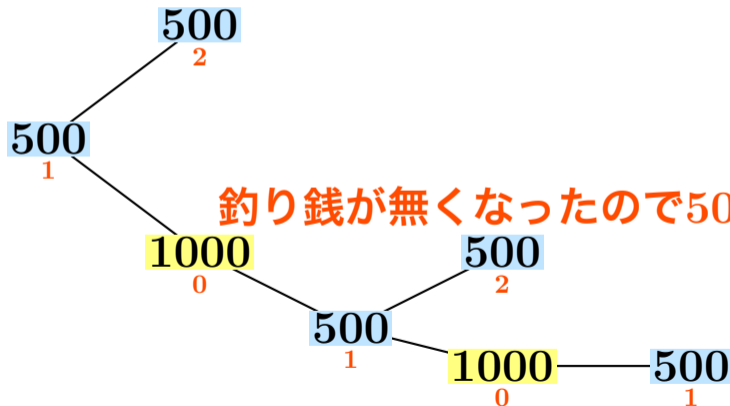
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



釣り銭が無くなったので500円しかダメ

1人目

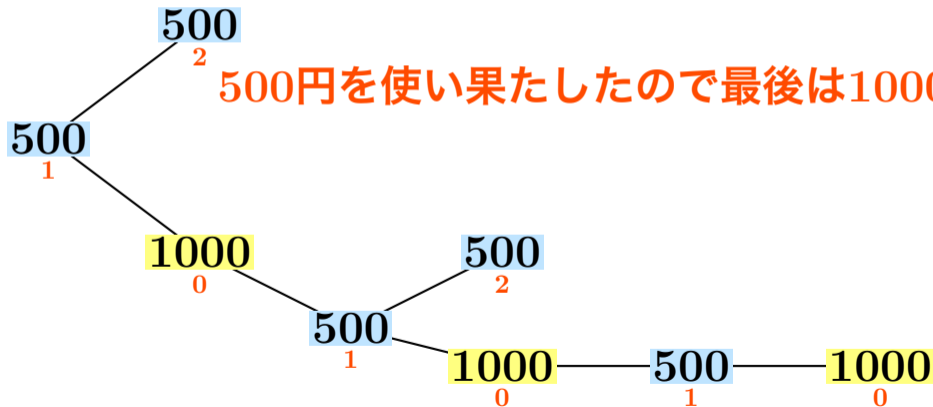
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



500円を使い果たしたので最後は1000円

1人目

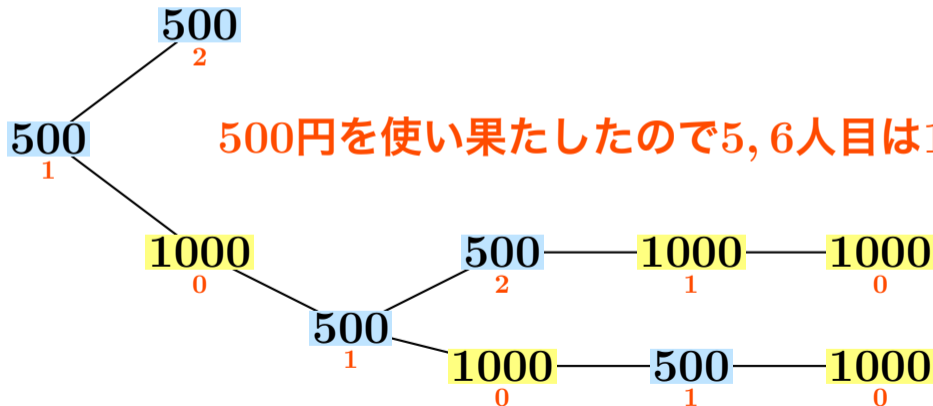
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



500円を使い果たしたので5, 6人目は1000円

1人目

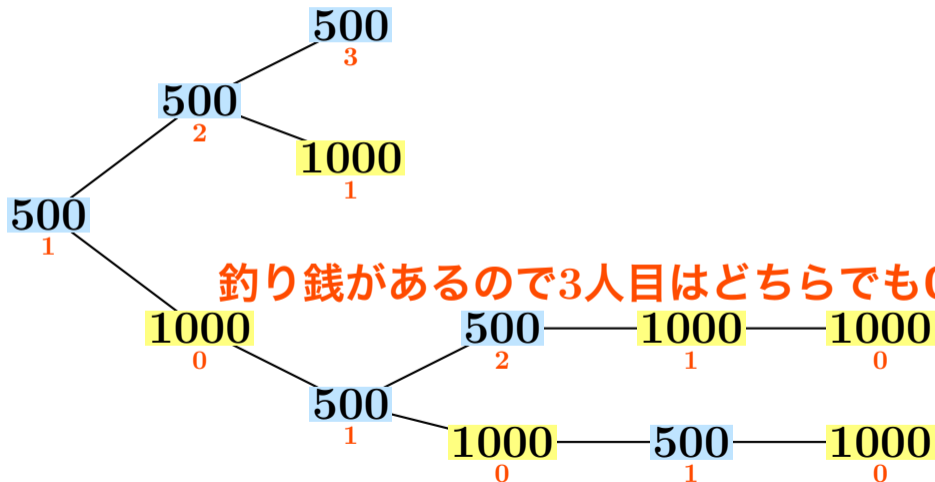
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



1人目

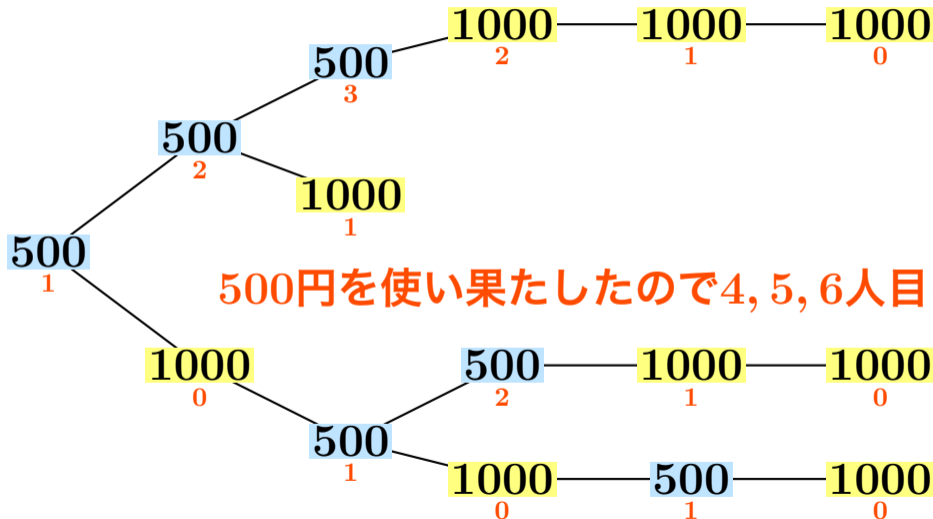
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



500円を使い果たしたので4, 5, 6人目は1000円

1人目

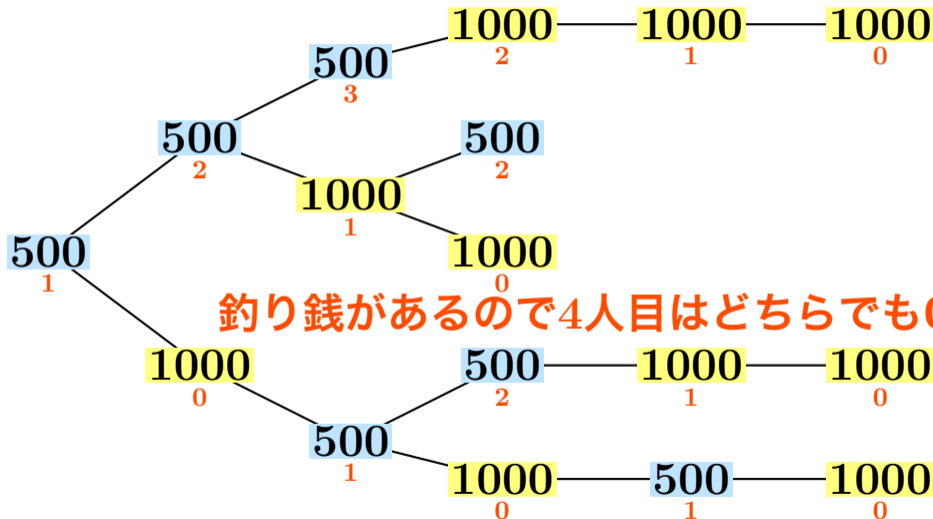
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



1人目

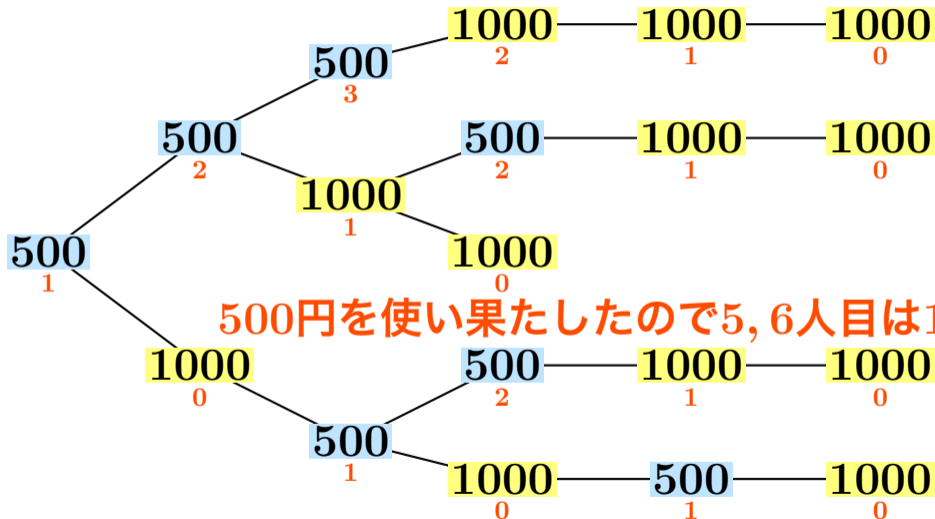
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



500円を使い果たしたので5, 6人目は1000円

1人目

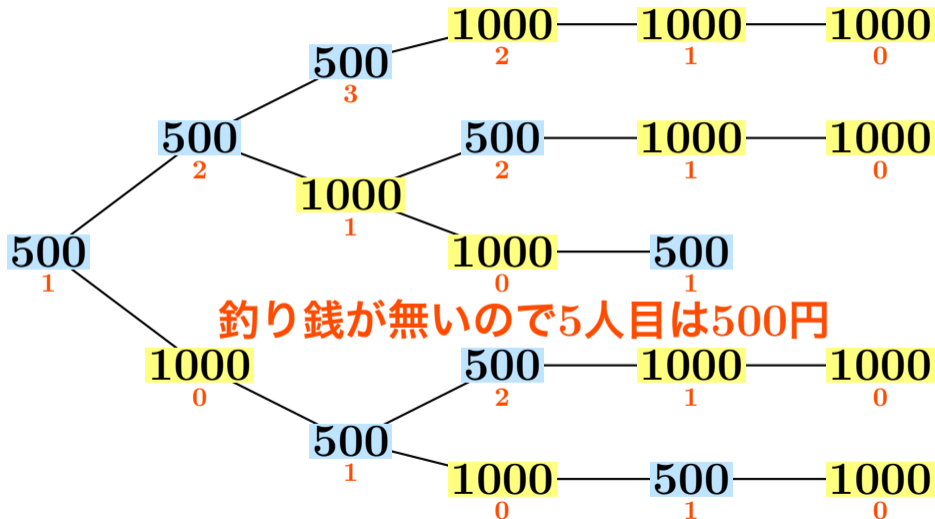
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



1人目

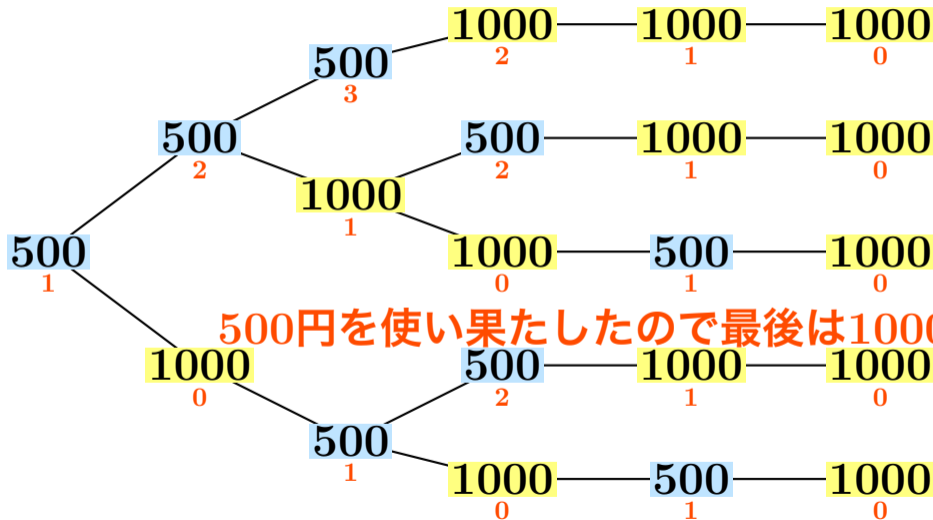
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



500円を使い果たしたので最後は1000円

1人目

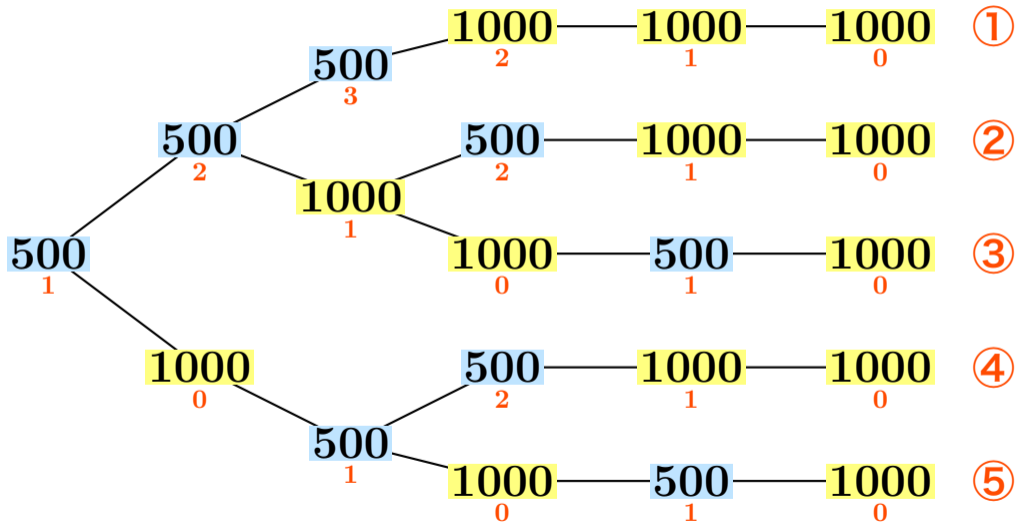
2人目

3人目

4人目

5人目

6人目



次は 4 人、4 人の場合は？

500 円を持った 4 人と 1000 円しか持っていない 4 人の合計 8 人の場合は何通り？

1人目

2人目

3人目

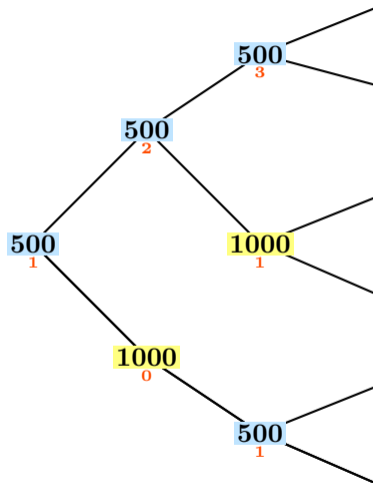
4人目

5人目

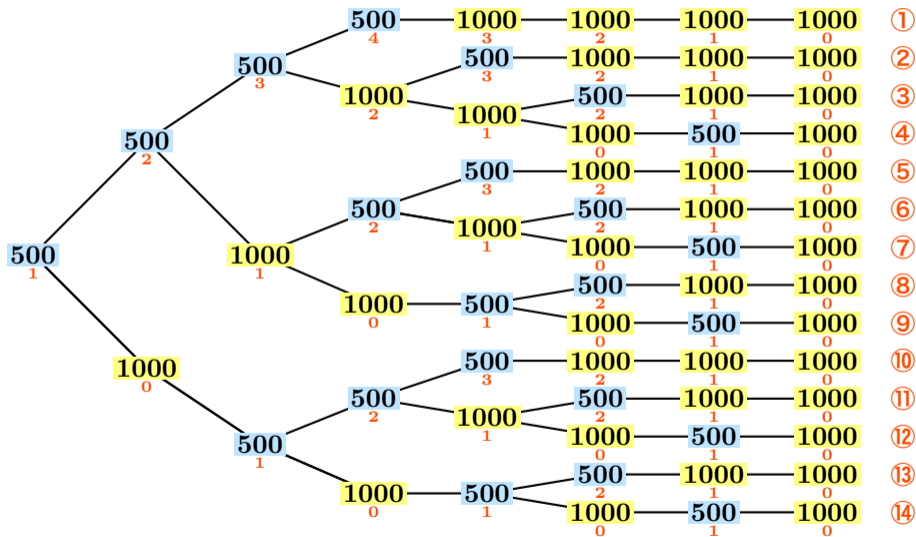
6人目

7人目

8人目



1人目 2人目 3人目 4人目 5人目 6人目 7人目 8人目



視聴者ネット解説

番組では 500 円硬貨の枚数に注目して解説していたが分かりにくかった。

視聴者さんのネット解説の方がわかりやすいので、それを説明しよう。

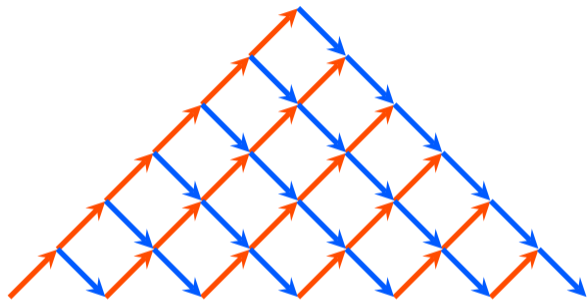
「コマネチ大学数学科」に挑む・11月 [web](#)

視聴者ネット解説

500 円硬貨の枚数に注目して $+1$ を  と表し、
 -1 を  と表す。

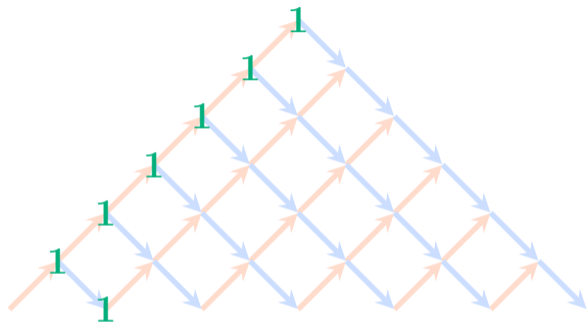
500 円硬貨の枚数がマイナスにならないようにするには、次の図に様になる。

視聴者ネット解説



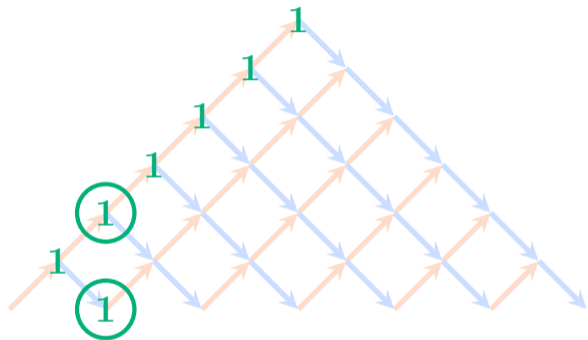
パスカルの三角形の作り方を利用して、交点までの行き方が何通りあるか計算していく

視聴者ネット解説



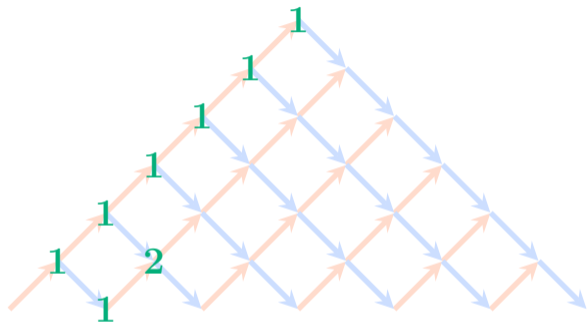
左の交点までは行き方が1通りしかない。あとは角と角をたし算していく

視聴者ネット解説



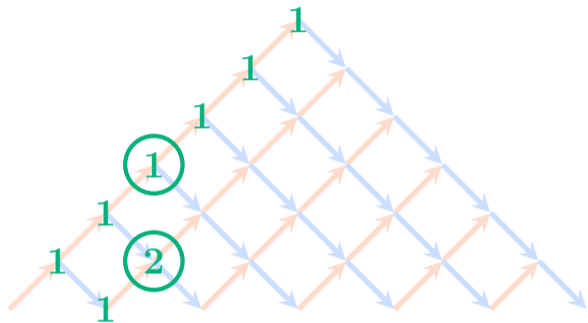
左の交点までは行き方が1通りしかない。あとは角と角をたし算していく

視聴者ネット解説



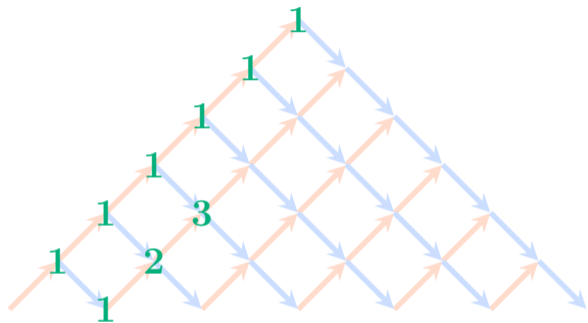
左の交点までは行き方が1通りしかない。あとは角と角をたし算していく

視聴者ネット解説



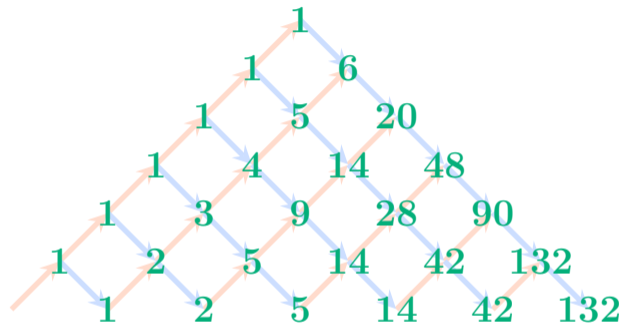
左の交点までは行き方が1通りしかない。あとは角と角をたし算していく

視聴者ネット解説



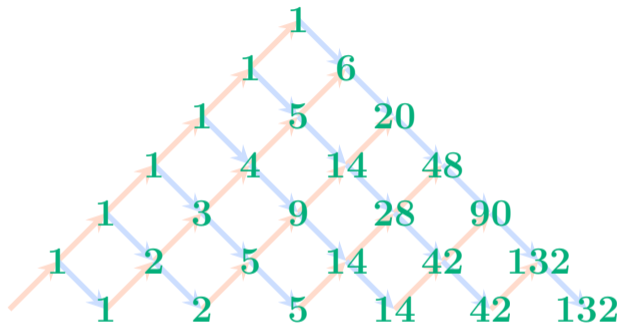
左の交点までは行き方が1通りしかない。あとは角と角をたし算していく

視聴者ネット解説



左の交点までは行き方が1通りしかない。あとは角と角をたし算していく

視聴者ネット解説



よって

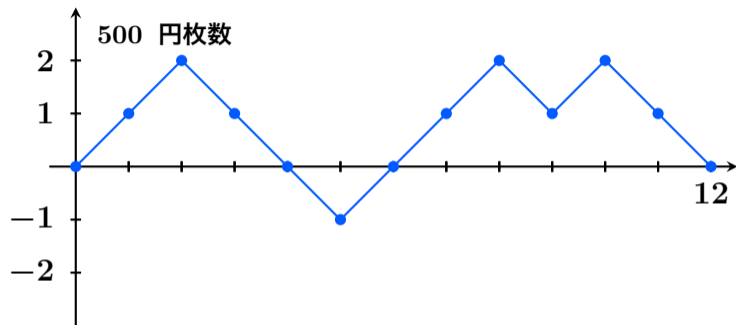
答 132 通り

番組での解説

番組での解説は、以下のとおりだ。

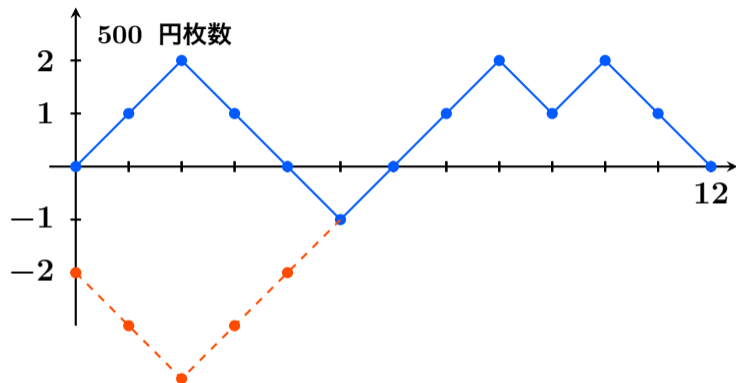
まず釣り銭が不足する場合まで含めた総数は、**6個の +1** と **6個の -1** (合計 12 個) を並べる並べ方の数となるので ${}_{12}C_6 = 924$ となる。

番組の解説



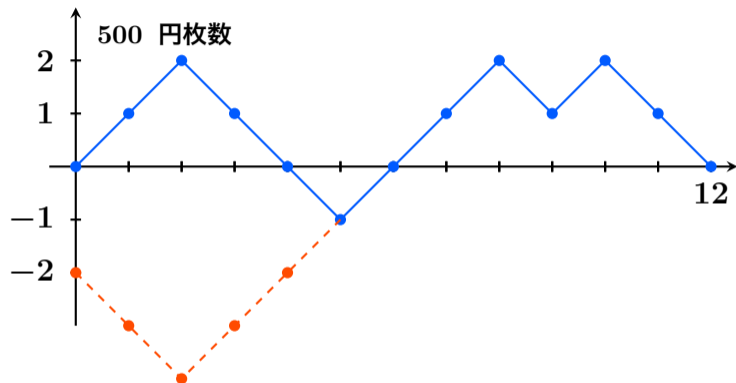
釣り銭が不足する場合は何通りあるか考えよう

番組の解説



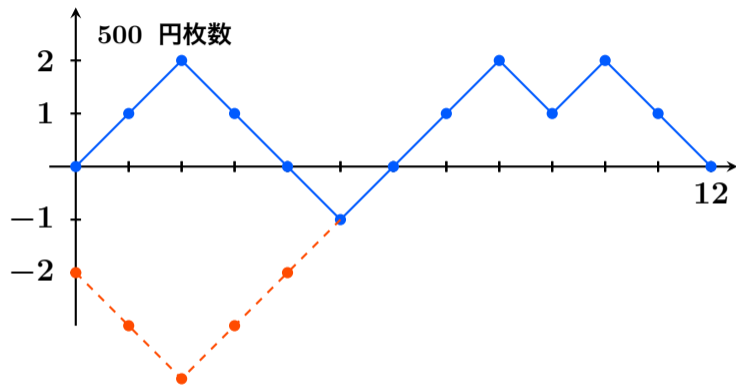
最初に 500 円の枚数が -1 になるところで上下折り返す

番組の解説



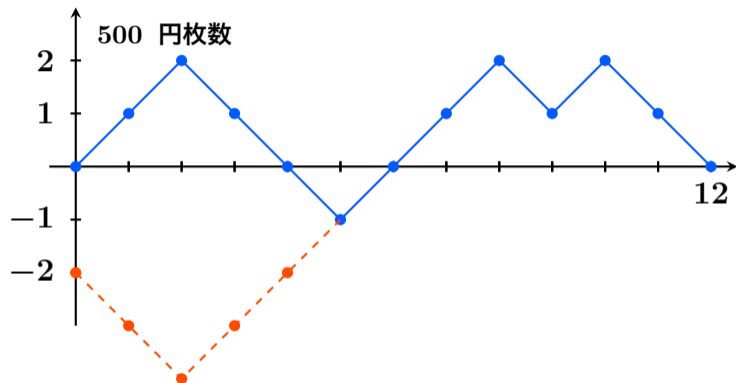
(0, 0) が始点だから、折り返すと必ず (0, -2) が始点となる

番組の解説



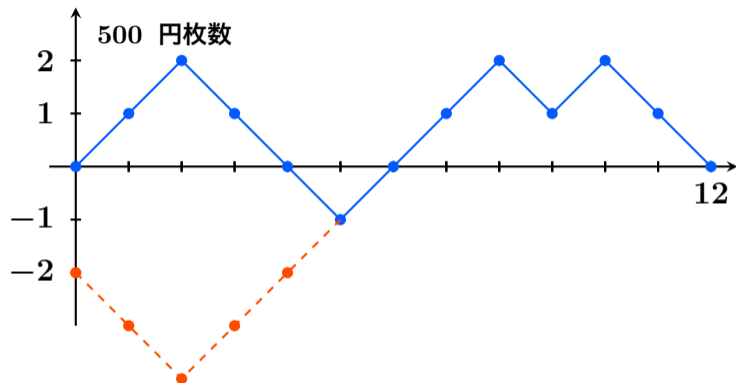
500 円がマイナスになる場合は始点 $(0, -2)$ から終点 $(12, 0)$ の行き方の数となる

番組の解説



7 個の $+1$ と 5 個の -1 (合計 12 個) を並べる
並べ方の数となるので ${}_{12}C_5 = 792$ となる

番組の解説



これは ${}_{12}C_7 = 792$ を計算してもよい

番組での解説

よって $924 - 792 =$ 答 132 通り