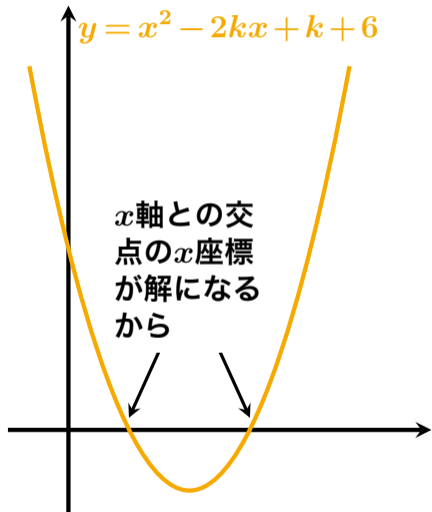


定数 k の値の範囲？

問題

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が
異なる 2 つの正の解をもつような、
定数 k の値の範囲を求めなさい。

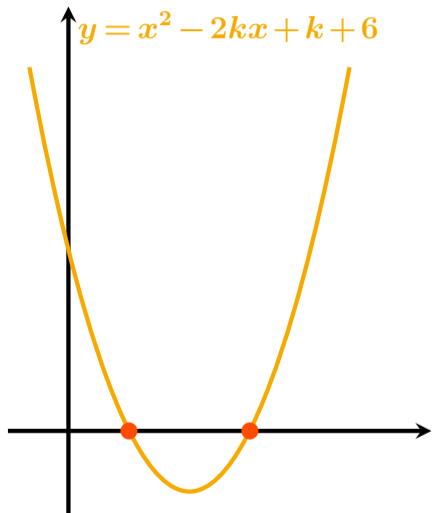
$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解



グラフが、こんな感じになればよい。

こうなるための条件は…

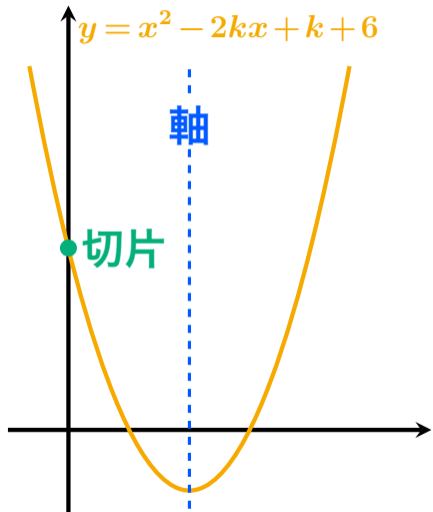
$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解



異なる 2 つの実数解をもつので

① 判別式 $D > 0$

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解



2 つの正の解をもつための条件は

② 放物線の軸 > 0

③ 切片 > 0

条件①②③が全部そろえばよいので

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

① 判別式 $D > 0$ となるには

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$(-2k)^2 - 4 \times 1 \times (k + 6) > 0$$

$$4k^2 - 4k - 24 > 0$$

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

① 判別式 $D > 0$ となるには

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$(-2k)^2 - 4 \times 1 \times (k + 6) > 0$$

$$4k^2 - 4k - 24 > 0$$

両辺 $\div 4$

$$k^2 - k - 6 > 0$$

$$(k + 2)(k - 3) > 0$$

$$k < -2, \quad 3 < k \quad \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

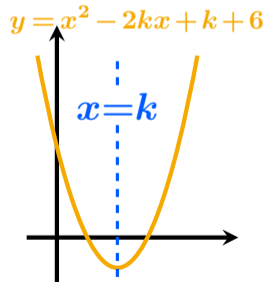
② 放物線の軸 > 0 となるには

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2kx + k + 6 \\ &= (x - k)^2 - k^2 + k + 6 \end{aligned}$$

平方完成すると

より、軸は $x = k$ なので

$$k > 0 \quad \dots \textcircled{2}$$



$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

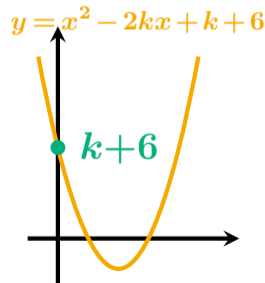
③ 切片 > 0 となるには

$f(x) = x^2 - 2kx + k + 6$ とすると

$f(0) = k + 6$ なので

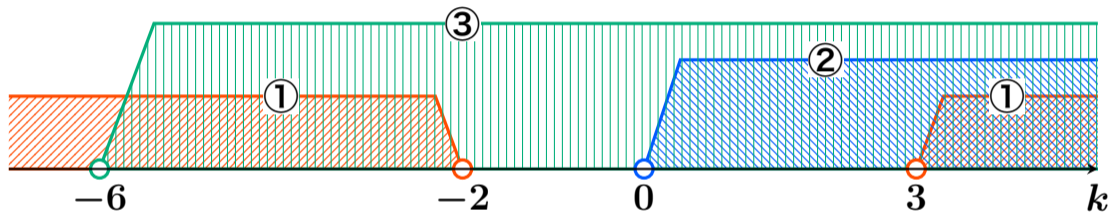
$k + 6 > 0$ を計算して

$$k > -6 \quad \dots \textcircled{3}$$



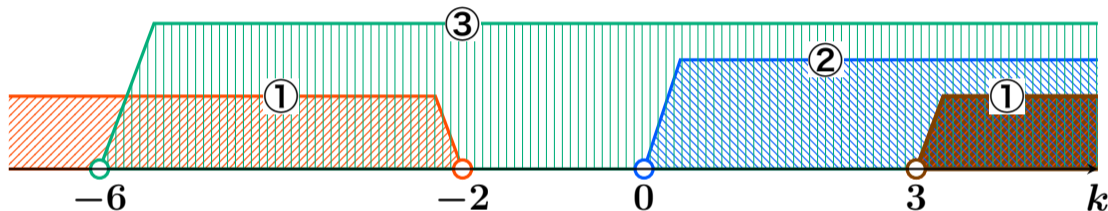
$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

3 つの範囲が重なる部分は



$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

3 つの範囲が重なる部分は



答 $k > 3$ ($3 < k$ でも OK)

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

数学 II で学習する **解と係数の関係** [web](#) を使って解くことも可能です。